Matthias Krause
Alexander Moch

Mannheim, den 30.11.2020

CS 307 Algorithmen und Datenstrukturen, Herbstsemester 2020

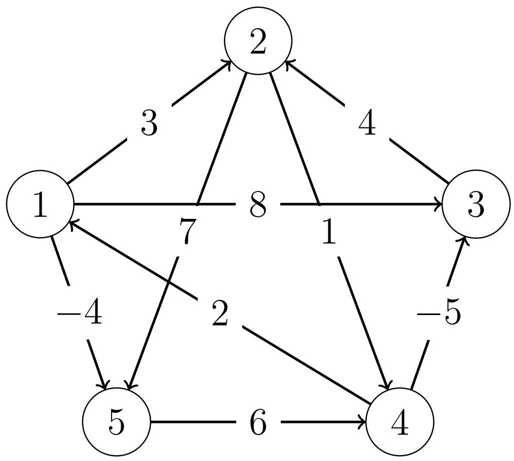
Übungsblatt 10

AUFGABE 10.1:

Es sei $G = (V, E, w)$ ein gerichteter gewichteter Graph mit $w : E \to \mathbb{R}$, der auch negative Kreise enthalten darf. Wie kann man den Algorithmus “Slow-All-Pairs-Shortest-Paths(W, n)” so modifizieren, dass festgestellt werden kann, ob G negative Kreise enthält?

AUFGABE 10.2:

Wenden Sie Fast-All-Pairs-Shortest-Paths auf unten stehenden Graphen an und geben Sie die entsprechenden Matrizen $D^{(1)}, D^{(2)}, D^{(4)} = \Delta_G$ und $\Pi^{(1)}, \Pi^{(2)}, \Pi^{(4)} = \Pi_G$ an.



AUFGABE 10.3:

Führen Sie den Algorithmus von Floyd-Warshall auf dem durch folgende Gewichtsmatrix gegebenen Graphen aus. Geben Sie die drei als Zwischenergebnisse berechneten Matrizen und die berechnete Distanzmatrix an.

$$\begin{pmatrix} 0 & 2 & \infty & 4 \\ \infty & 0 & -1 & \infty \\ 7 & \infty & 0 & 2 \\ 2 & 3 & \infty & 0 \end{pmatrix}$$

AUFGABE 10.4:

Wir bezeichnen mit $K_n = (V, E)$ den ungerichteten Graphen über $V = \{1, \ldots, n\}$, der alle $\binom{n}{2}$ möglichen Kanten enthält. Es sei n ungerade, d.h. $n = 2m + 1$ für ein $m \geq 1$. Zeigen Sie, dass K_n mindestens 2^m verschiedene spannende Bäume enthält.

AUFGABE 10.5:

Wir bezeichnen mit $\tilde{K}_n = (V, E)$ den gerichteten Graphen über $V = \{1, \ldots, n\}$, der alle $n(n-1)$ möglichen Kanten enthält. Zeigen Sie, dass es mindestens $(n-2)!$ verschiedene gerichtete Wege von 1 nach n gibt.