

CS 307 Algorithmen und Datenstrukturen, Herbstsemester 2020

Übungsblatt 7

AUFGABE 7.1:

Zeigen Sie, dass für einen ungerichteten Graphen $H = (W, F)$ die folgenden Charakterisierungen äquivalent sind:

- a) H ist ein Baum (zusammenhängend und kreisfrei),
- b) H ist zusammenhängend und $|F| = |W| - 1$,
- c) H ist kreisfrei und $|F| = |W| - 1$,
- d) H ist zusammenhängend und die Wegnahme jeder Kante macht H unzusammenhängend,
- e) H ist kreisfrei und die Hinzunahme jeder neuen Kante erzeugt genau einen Kreis,
- f) zwischen jedem Paar (verschiedener) Knoten von H existiert genau ein Weg.

Hinweis: Es ist hilfreich, zuerst die folgenden Aussagen zu beweisen (für 1. und 2. siehe FGdI-Skript):

1. Wenn H zusammenhängend ist, dann gilt: $|F| \geq |W| - 1$.
2. Wenn H kreisfrei ist, dann gilt: $|F| \leq |W| - 1$.
3. H ist kreisfrei genau dann, wenn zwischen jedem Paar (verschiedener) Knoten von H höchstens ein Weg existiert.

AUFGABE 7.2^K:

Der Tiefensuche-Algorithmus DFS(-VISIT) weist jedem Knoten v eine Entdeckungszeit $d[v]$ und eine Abschlusszeit $f[v]$ zu. Sei $G = (V, E)$ ein gerichteter Graph und (u, v) mit $u \neq v$ eine Kante aus E . Geben Sie für jeden der folgenden Fälle eine (aufsteigend) sortierte Reihenfolge der Werte $d[u]$, $d[v]$, $f[u]$ und $f[v]$ an.

- a) (u, v) ist eine Tree-Kante,
- b) (u, v) ist eine Back-Kante,
- c) (u, v) ist eine Forward-Kante,
- d) (u, v) ist eine Cross-Kante.

AUFGABE 7.3:

Betrachten Sie einen Knoten v in einem gerichteten Graphen, der sowohl eingehende als auch ausgehende Kanten besitzt. Kann es passieren, dass bei der Ausführung des Algorithmus DFS

dieser Knoten in einem (Tiefensuch-)Baum landet, der nur aus v besteht? Begründe Sie Ihre Antwort.

AUFGABE 7.4:

Um wie viel kann sich die Anzahl der starken Zusammenhangskomponenten eines gerichteten Graphen höchstens ändern, wenn eine einzige Kante hinzugefügt wird?

AUFGABE 7.5^K:

Der Graph $G = (V, E)$ über $V = \{a, b, c, d, e\}$ sei gegeben durch

$$E = \{(a, b), (a, c), (b, c), (c, d), (d, a), (e, a), (e, c), (e, d)\}.$$

Geben Sie die Bearbeitungsintervalle und die Klassifikation der Kanten in T, B, F, C -Kanten gemäß $DFS(G)$ an.

Beachten Sie, dass die Knoten im Feld für V und in den Listen adjazenter Knoten immer in alphabetischer Reihenfolge bearbeitet werden.