

**CS 307 Algorithmen und Datenstrukturen, Herbstsemester 2020**  
**Übungsblatt 7**

**AUFGABE 7.1:**

Zeigen Sie, dass für einen ungerichteten Graphen  $H = (W, F)$  die folgenden Charakterisierungen äquivalent sind:

- a)  $H$  ist ein Baum (zusammenhängend und kreisfrei),
- b)  $H$  ist zusammenhängend und  $|F| = |W| - 1$ ,
- c)  $H$  ist kreisfrei und  $|F| = |W| - 1$ ,
- d)  $H$  ist zusammenhängend und die Wegnahme jeder Kante macht  $H$  unzusammenhängend,
- e)  $H$  ist kreisfrei und die Hinzunahme jeder neuen Kante erzeugt genau einen Kreis,
- f) zwischen jedem Paar (verschiedener) Knoten von  $H$  existiert genau ein Weg.

**Hinweis:** Es ist hilfreich, zuerst die folgenden Aussagen zu beweisen (für 1. und 2. siehe FGdI-Skript):

1. Wenn  $H$  zusammenhängend ist, dann gilt:  $|F| \geq |W| - 1$ .
2. Wenn  $H$  kreisfrei ist, dann gilt:  $|F| \leq |W| - 1$ .
3.  $H$  ist kreisfrei genau dann, wenn zwischen jedem Paar (verschiedener) Knoten von  $H$  höchstens ein Weg existiert.

**AUFGABE 7.2<sup>K</sup>:**

Der Tiefensuche-Algorithmus DFS(-VISIT) weist jedem Knoten  $v$  eine Entdeckungszeit  $d[v]$  und eine Abschlusszeit  $f[v]$  zu. Sei  $G = (V, E)$  ein gerichteter Graph und  $(u, v)$  mit  $u \neq v$  eine Kante aus  $E$ . Geben Sie für jeden der folgenden Fälle eine (aufsteigend) sortierte Reihenfolge der Werte  $d[u]$ ,  $d[v]$ ,  $f[u]$  und  $f[v]$  an.

- a)  $(u, v)$  ist eine Tree-Kante,
- b)  $(u, v)$  ist eine Back-Kante,
- c)  $(u, v)$  ist eine Forward-Kante,
- d)  $(u, v)$  ist eine Cross-Kante.

**AUFGABE 7.3:**

Betrachten Sie einen Knoten  $v$  in einem gerichteten Graphen, der sowohl eingehende als auch ausgehende Kanten besitzt. Kann es passieren, dass bei der Ausführung des Algorithmus DFS

dieser Knoten in einem (Tiefensuch-)Baum landet, der nur aus  $v$  besteht? Begründe Sie Ihre Antwort.

**AUFGABE 7.4:**

Um wie viel kann sich die Anzahl der starken Zusammenhangskomponenten eines gerichteten Graphen höchstens ändern, wenn eine einzige Kante hinzugefügt wird?

**AUFGABE 7.5<sup>K</sup>:**

Der Graph  $G = (V, E)$  über  $V = \{a, b, c, d, e\}$  sei gegeben durch

$$E = \{(a, b), (a, c), (b, c), (c, d), (d, a), (e, a), (e, c), (e, d)\}.$$

Geben Sie die Bearbeitungsintervalle und die Klassifikation der Kanten in  $T, B, F, C$ -Kanten gemäß  $DFS(G)$  an.

*Beachten Sie, dass die Knoten im Feld für  $V$  und in den Listen adjazenter Knoten immer in alphabetischer Reihenfolge bearbeitet werden.*