

CS 307 Algorithmen und Datenstrukturen, Herbstsemester 2020
Übungsblatt 6

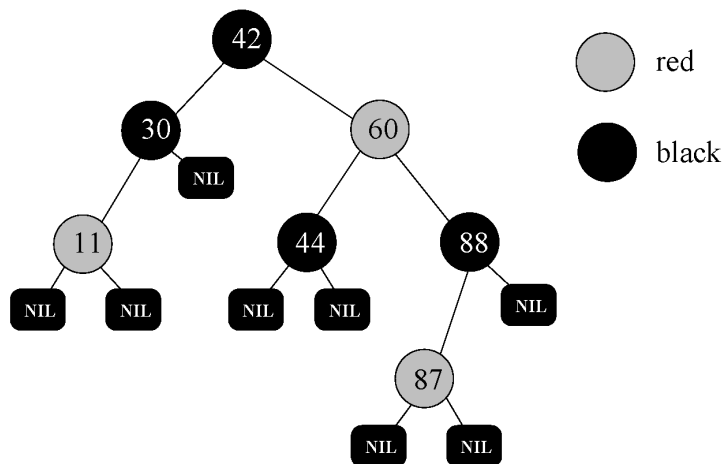
AUFGABE 6.1:

Zeigen Sie, dass jeder binäre Suchbaum mit n Knoten durch $O(n)$ Rotationen in jeden anderen binären Suchbaum mit n Knoten transformiert werden kann. (Beachten Sie, dass hier Schlüssel nicht berücksichtigt werden müssen.)

Hinweis: Zeigen Sie zuerst, dass höchstens $n - 1$ Rechtsrotationen ausreichen, um einen beliebigen binären Suchbaum in eine (rechtsverlaufende) Kette zu transformieren.

AUFGABE 6.2:

Betrachten Sie den abgebildeten Rot-Schwarz-Baum.



- Fügen Sie in den Rot-Schwarz-Baum die Elemente mit den Schlüsseln 12, 10, 89, 90 (in dieser Reihenfolge) ein. Wie sieht der Baum nun aus?
- Löschen Sie aus dem ursprünglichen Rot-Schwarz-Baum die Elemente mit den Schlüsseln 44, 42, 30. Wie sieht der Baum nun aus?

AUFGABE 6.3:

Wir betrachten den gerichteten Graphen $G = (V, E)$, festgelegt durch die Knotenmenge $V = \{1, \dots, 9\}$ und die Menge der (gerichteten) Kanten

$$\begin{aligned} E = & \{(1, 3), (1, 5), (1, 6)\} \\ & \cup \{(2, 1), (2, 4), (2, 5)\} \\ & \cup \{(3, 4)\} \\ & \cup \{(4, 3)\} \\ & \cup \{(5, 2), (5, 7)\} \\ & \cup \{(6, 1), (6, 8)\} \\ & \cup \{(7, 1), (7, 5), (7, 6)\} \\ & \cup \{(8, 3), (8, 9)\} \\ & \cup \{(9, 3), (9, 6)\}. \end{aligned}$$

Führen Sie nun eine Breitensuche mit Startknoten 1 auf G aus (sprich: $BFS(G, 1)$) und beantworten Sie die folgenden Teilaufgaben:

- In welcher Reihenfolge werden die Knoten des Graphen G im Rahmen der Breitensuche $BFS(G, 1)$ zum ersten Mal berührt?
- Geben Sie für jeden Knoten $v \in V \setminus \{1\}$ den entsprechenden Wert $v.d$ an.
- Wie sieht der zugehörige Kürzeste-Wege-Baum aus?

AUFGABE 6.4^K:

Ein gerichteter Graph G mit 10 Knoten $\{a, \dots, j\}$ sei gegeben durch die folgenden Adjazenzlisten:

$$\begin{aligned} \boxed{a} & \rightarrow d \rightarrow h \rightarrow j \\ \boxed{b} & \rightarrow c \rightarrow j \\ \boxed{c} & \rightarrow b \rightarrow j \\ \boxed{d} & \rightarrow a \rightarrow f \rightarrow h \\ \boxed{e} & \rightarrow b \rightarrow g \\ \boxed{f} & \rightarrow b \rightarrow c \rightarrow g \\ \boxed{g} & \rightarrow e \rightarrow i \\ \boxed{h} & \rightarrow a \rightarrow b \rightarrow e \\ \boxed{i} & \rightarrow b \rightarrow c \\ \boxed{j} & \rightarrow c \rightarrow i \end{aligned}$$

- Führen Sie den Tiefensuche-Algorithmus DFS (beginnend mit dem Knoten a) auf dem Graphen G durch und geben Sie als Ergebnis eine (aufsteigend) sortierte Reihenfolge der Knoten gemäß der d -Nummern sowie eine (aufsteigend) sortierte Reihenfolge der Knoten gemäß der f -Nummern an.
- Berechnen Sie die starken Zusammenhangskomponenten des Graphen G .