Matthias Krause
Alexander Moch

Mannheim, den 19.10.2020

CS 307 Algorithmen und Datenstrukturen, Herbstsemester 2020

Übungsblatt 4

AUFGABE 4.1:

Wenden Sie Counting Sort auf die Eingabe $A = (1, 6, 0, 3, 2, 0, 6, 5, 4, 2, 3, 3, 0, 4, 5, 6, 1, 1)$ an ($n = 18$, $k = 6$) und beantworten Sie folgende Fragen:

a) Was ist der Inhalt von C nach Schritt 3?

b) Welche Permutation $\pi \in \mathfrak{S}_{18}$ beschreibt die Positionsänderungen der Elemente der Eingabe A hin zur sortierten Liste B nach Beendigung des Algorithmus? (Formal: Geben Sie jene Permutation $\pi \in \mathfrak{S}_{18}$ an, die $A[i] = B[\pi(i)]$ für $i = 1, \ldots, 18$ erfüllt.)

AUFGABE 4.2:

Wir betrachten nun eine Modifikation von Counting Sort, bei der in Zeile 4

$$\textit{For } i \leftarrow n \textit{ downto } 1$$

durch

$$\textit{For } i \leftarrow 1 \textit{ to } n$$

ersetzt sei. Beantworten Sie die folgenden Fragen (unter Angabe einer Begründung!):

a) Löst der modifizierte Algorithmus noch das Sortierproblem?

b) Ist das entstehende Verfahren stabil?

AUFGABE 4.3:

Ein Sortierverfahren heißt stabil, wenn in dessen Ausgabe die Objekte mit gleichem Schlüssel in der selben Reihenfolge wie in der Eingabe vorkommen.

a) Betrachten Sie den folgenden Sortieralgorithmus in Pseudocode:

```
algorithm SELECTION-SORT (A, n)
    for i := 1 to n − 1
        i_min := i;
        for j := i + 1 to n
            if (A[j] < A[i_min])
                i_min := j;
        swap(A[i], A[i_min]); //vertauscht die beiden Einträge
```

Ist SELECTION-SORT stabil?

b) Geben Sie eine einfache Methode an, mit der man aus einem beliebigen, allgemeinen Sortieralgorithmus einen stabilen Sortieralgorithmus erzeugen kann.
Hinweis: Die Schlüsselmenge und die Ordnung darauf dürfen modifiziert werden.

AUFGABE 4.4$^{\mathbf{K}}$:

In dieser Aufgabe betrachten wir Klassen $\mathcal{H}$ von Hashfunktionen $h : U \to \{0, \ldots, m-1\}$ und eine zufällig (gemäß Gleichverteilung) gewählte Hashfunktion $h \in \mathcal{H}$.

a) Wann sagen wir, $\mathcal{H}$ ist eine universelle Klasse?

b) Wir sagen, $\mathcal{H}$ ist 2-unabhängig, wenn für alle $x, y \in U$ mit $x \neq y$ und alle $i, j \in \{0, \ldots, m-1\}$ gilt: $Pr\{h(x) = i \ \wedge \ h(y) = j\} = 1/m^2$.
Beweisen Sie oder finden Sie ein Gegenbeispiel: Wenn $\mathcal{H}$ 2-unabhängig ist, dann ist $\mathcal{H}$ auch universell.

c) Beweisen Sie oder finden Sie ein Gegenbeispiel: Wenn $\mathcal{H}$ universell ist, dann ist $\mathcal{H}$ auch 2-unabhängig.

AUFGABE 4.5:

Wir betrachten die Hashtabelle $T = T[0], \ldots, T[m-1]$, $m = 1000$, mit

$$h(k) = \lfloor m\,(k \cdot A \mod 1) \rfloor \text{ für } A = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$$

(Multiplikationsmethode).
Wo werden die Schlüssel 61, 62, 63, 64, 65 in T abgelegt?