

CS 301 Formale Grundlagen der Informatik, Herbstsemester 2020
Übungsblatt 11

AUFGABE 11.1:

Sei $\pi = Z_1 \circ Z_2 \circ \dots \circ Z_t$ die Zyklendarstellung einer Permutation π . Für $1 \leq j \leq t$ bezeichnet $|Z_j|$ die Länge des Zyklus Z_j . Zeige, dass für alle $n \geq 1$ und alle Permutationen $\pi \in \mathcal{S}_n$ gilt:

$$\text{ord}_{\mathcal{S}_n}(\pi) = \text{kgV}(|Z_1|, |Z_2|, \dots, |Z_t|).$$

AUFGABE 11.2:

Wir definieren für $k \in \mathbb{N}^+$ die Sprache

$$L^{+k} = \{x \in \{0, 1\}^* \mid |x| \geq k, x_k = 1\}.$$

Bestimme alle Präfixsprachen der Sprache L^{+4} und zeichne einen minimalen Nerode-Automaten.

AUFGABE 11.3:

$L_m \subseteq \{0, 1, \dots, 9\}^*$ mit $m \in \mathbb{N}^+$ bezeichne die Sprache aller der Worte, die der Dezimaldarstellung (führende Nullen seien erlaubt) einer durch m teilbaren Zahl aus \mathbb{N} entsprechen. Sei REG die Menge der regulären Sprachen. Zeige nun allgemein, dass $L_m \in \text{REG}$ für alle $m \in \mathbb{N}^+$ gilt, indem du beschreibst, wie für beliebig fixiertes $m \in \mathbb{N}^+$ ein zugehöriger, nicht notwendigerweise minimaler DFA konstruiert werden kann, der genau die Worte aus L_m akzeptiert.

Hinweise:

- i) Beachte, dass das hier vorgegebene Alphabet $\{0, 1, \dots, 9\}$ nur Dezimalziffern und insbesondere kein Dezimalkomma enthält, weswegen es sich bei jeder Eingabe, welche ungleich dem leeren Wort ist, stets um eine korrekte Dezimaldarstellung einer Zahl aus \mathbb{N} handelt.
- ii) Beachte, dass bspw. nicht nur $6 \in L_3$ sondern auch $06 \in L_3$, $006 \in L_3$ usw. gilt.

AUFGABE 11.4:

$\text{Equal} \subseteq \{0, 1\}^*$ bezeichne die Sprache aller der Worte x über dem Alphabet $\{0, 1\}$, für die $|x|_0 = |x|_1$ gilt.

Zeige: $\text{Equal} \notin \text{REG}$, wobei REG die Menge der regulären Sprachen bezeichne.

AUFGABE 11.5:

Wir bezeichnen mit L^{-k} , $k \in \mathbb{N}^+$, die Sprache aller Wörter über dem Alphabet $\{0, 1\}$, deren k -letzter Buchstabe (d. h., der k -te Buchstabe von hinten) eine 1 ist.

Zeige, dass für alle $k \in \mathbb{N}^+$ gilt: Jeder DFA für L^{-k} hat mindestens 2^k Zustände.