Matthias Hamann
Alexander Moch

Mannheim, den 19.10.2020

CS 301 Formale Grundlagen der Informatik, Herbstsemester 2020

Übungsblatt 4

AUFGABE 4.1:

Es bezeichne $\mathbb{N}$ die Menge der natürlichen Zahlen, $n \in \mathbb{N}^+$ eine positive natürliche Zahl und $[n]$ die Menge $[n] = \{1, 2, ..., n\}$. Stelle fest, ob die folgenden Mengen endlich, unendlich abzählbar (gleichmächtig zu $\mathbb{N}$) oder unendlich überabzählbar (unendlich und nicht gleichmächtig zu $\mathbb{N}$) sind. Falls du dich für endlich entscheidest, gib die Kardinalität der Menge als konkrete Zahl an. Begründe deine Antworten.

(a) Die Menge aller injektiven Abbildungen von $[2]$ nach $[3]$.

(b) Die Menge aller injektiven Abbildungen von $[3]$ nach $[2]$.

(c) Die Menge aller surjektiven Abbildungen von $[2]$ nach $[3]$.

(d) Die Menge aller surjektiven Abbildungen von $[3]$ nach $[2]$.

AUFGABE 4.2:

a) Sei $A := \{a, b, c, d\}$. Gib jeweils eine Relation $R \subseteq A \times A$ an, die

1. transitiv, aber nicht reflexiv ist.
2. eine Äquivalenzrelation ist.
3. antisymmetrisch, aber nicht transitiv ist.

b) Sei B eine beliebige nichtleere Menge. Betrachte die Potenzmenge $\mathcal{P}(B)$ und die Teilmengen-Relation $\subseteq$ auf $\mathcal{P}(B)$. Welche Eigenschaften (reflexiv, symmetrisch, antisymmetrisch, transitiv) hat diese Relation?

AUFGABE 4.3:

Untersuche, ob folgende Relationen auf $\mathbb{N}$ reflexiv, symmetrisch und/oder transitiv sind:

1. $xRy \Leftrightarrow x \leq 3y$,
2. $xSy \Leftrightarrow x - y = 2$,
3. $xTy \Leftrightarrow x - y \leq 3$.

AUFGABE 4.4:

Sind folgende Relationen reflexiv, symmetrisch, antisymmetrisch und/oder transitiv? Welche dieser Relationen sind eine Äquivalenzrelation?

1. $R_1 = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x \neq y\}$
2. $R_2 = \{(x, y) \in \mathbb{N}^+ \times \mathbb{N}^+ \mid x \text{ teilt } y\}$
3. $R_3 = \{(x, y) \in \mathcal{P}(\mathbb{N}) \times \mathcal{P}(\mathbb{N}) \mid x \subseteq y\}$
4. $R_4 = \{(x, y) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \mid x \cdot y > 0\} \cup \{(0, 0)\}$