

CS 406 Theoretische Informatik, Frühjahrssemester 2020

Übungsblatt 6

**AUFGABE 6.1:**

Eine CNF-Formel über  $\{X_1, \dots, X_n\}$  heiße  $(n, k)$ -Formel ( $1 \leq k \leq n$ ), falls alle Klauseln genau  $k$  Literale enthalten.

- Wie viele Klauseln muss eine nichterfllbare  $(n, k)$ -Formel mindestens haben?
- Man konstruiere nichterfllbare  $(4, 2)$ - und  $(5, 3)$ -Formeln mit minimaler Anzahl an Klauseln.

**AUFGABE 6.2:**

Welche der folgenden CNF-Formeln sind erfüllbar?

- $F = (\neg X_1 \vee X_2) \wedge (\neg X_4 \vee X_5) \wedge (\neg X_2 \vee \neg X_3) \wedge (\neg X_5 \vee X_1) \wedge (\neg X_3 \vee \neg X_1) \wedge (X_1 \vee X_4)$
- $G = (X_1 \vee X_2) \wedge (X_3 \vee \neg X_2) \wedge (\neg X_3 \vee \neg X_1) \wedge (\neg X_3 \vee \neg X_2) \wedge (X_3 \vee X_1) \wedge (\neg X_1 \vee \neg X_2)$

**AUFGABE 6.3:**

Man bestimme die Mengen aller Primklauseln sowie jeweils eine minimale CNF-Formel für folgende Boolesche Funktionen  $f, g : \{0, 1\}^3 \rightarrow \{0, 1\}$ .

$x = (x_1, x_2, x_3)$	$f(x)$	$g(x)$
(0, 0, 0)	1	0
(0, 0, 1)	0	1
(0, 1, 0)	1	1
(0, 1, 1)	0	0
(1, 0, 0)	1	1
(1, 0, 1)	1	0
(1, 1, 0)	1	0
(1, 1, 1)	1	1

**AUFGABE 6.4:**

Man gebe für alle  $n \in \mathbb{N}$ ,  $n \geq 1$ , eine Funktion  $f : \{0, 1\}^n \rightarrow \{0, 1\}$  an, für die alle Primklauseln die Länge  $n$  haben.

**AUFGABE 6.5:**

Wir betrachten die 2-CNF-Formel  $C$  über  $\{X_1, \dots, X_n\}$  definiert durch:

$$C = (\neg X_1 \vee X_3) \wedge (X_1 \vee \neg X_4) \wedge (X_4 \vee \neg X_6) \wedge (X_5 \vee X_7) \\ \wedge (X_6 \vee X_1) \wedge (\neg X_3 \vee \neg X_4) \wedge (X_6 \vee \neg X_3).$$

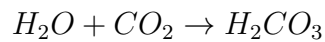
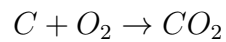
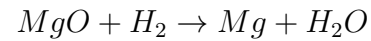
Verwende den in der Vorlesung behandelten, effizienten 2-SAT-Algorithmus, um festzustellen, ob  $C$  erfüllbar ist.

### AUFGABE 6.6:

- a) Man zeige, dass der Resolutionsalgorithmus über 2-CNF-Formeln über  $\{X_1, \dots, X_n\}$  immer polynomielle Laufzeit in  $n$  hat.
- b) Warum trifft diese Aussage nicht auf 3-CNF-Formeln zu?

### AUFGABE 6.7:

Angenommen, wir haben Apparaturen zur Durchführung folgender chemischer Reaktionen:



Ferner haben wir folgende Grundstoffe:  $MgO, H_2, O_2, C$ .

Man beweise unter Verwendung des Hornformel-Algorithmus, dass es nun möglich ist,  $H_2CO_3$  herzustellen.

### AUFGABE 6.8:

Man zeige mit Hilfe des Resolutionsalgorithmus, dass...

- a) ...  $(\neg A \vee \neg B \vee \neg C) \wedge (\neg A \vee B) \wedge (\neg B \vee C) \wedge (A \vee \neg C) \wedge (A \vee B \vee C) \notin \text{SAT}$ .
- b) ...  $(B \vee C \vee \neg D) \wedge (B \vee D) \wedge (\neg C \vee \neg D) \wedge \neg B \notin \text{SAT}$ .