Matthias Krause
Alexander Moch

Mannheim, den 18.03.2020

CS 406 Theoretische Informatik, Frühjahrssemester 2020

Übungsblatt 4

AUFGABE 4.1:
Zeige, dass für je zwei Sprachen $L_1 \subseteq \Sigma_1^*$ und $L_2 \subseteq \Sigma_2^*$ mit $L_1 \in \mathcal{P}$ und $\emptyset \neq L_2 \neq \Sigma_2^*$ gilt: $L_1 \leq_p L_2$. Folgt aus $\mathcal{P} = \mathcal{NP}$, dass alle Sprachen aus $\mathcal{P}$ $\mathcal{NP}$-vollständig sind?

AUFGABE 4.2:
Zeige, dass PARTITION $\in \mathcal{NPC}$ gilt, indem du eine polynomielle Transformation von RP* nach PARTITION angibst. RP* (bzw. KP* im Englischen) bezeichnet das spezielle Rucksackproblem, dessen $\mathcal{NP}$-Vollständigkeit in der Vorlesung bewiesen wurde.

AUFGABE 4.3:
Zeige: Die Optimierungsvarianten von TSP und RP sind $\mathcal{NP}$-leicht.

AUFGABE 4.4:
Bei dem BIN PACKING PROBLEM (BPP) besteht jede Instanz aus einer Menge $A = \{a_1, \ldots, a_n\}$ von Objekten, einer Funktion $s : A \to \mathbb{N}$, die zu jedem Objekt seine Größe angibt, und einer Behältergröße $B \in \mathbb{N}$. Bei der Entscheidungsvariante ist für ein zusätzlich gegebenes $K \in \{1, \ldots, n\}$ zu entscheiden, ob K Behälter zum Verstauen aller Objekte ausreichen; genauer sucht man eine Partition $A_1 \,\dot\cup\, \cdots \,\dot\cup\, A_K = A$ mit $\max\{\sum_{a_i \in A_j} s(a_i) \mid 1 \leq j \leq m\} \leq B$. Zeige, dass die Entscheidungsvariante von BPP $\mathcal{NP}$-vollständig ist.

AUFGABE 4.5:
Definiere das Konzept der polynomiellen Reduzierbarkeit $\leq_p$. Welche der folgenden Aussagen sind bewiesenermaßen wahr? Dabei bezeichnet $\mathcal{NPC}$ die Klasse der $\mathcal{NP}$-vollständigen Sprachen.

a) $L_1 \leq_p L_2 \Rightarrow \overline{L}_1 \leq_p \overline{L}_2$,

b) $(L_1 \leq_p L_2 \ \wedge\ L_2 \in \mathcal{P}) \Rightarrow L_1 \in \mathcal{P}$,

c) $(L_1 \leq_p L_2 \ \wedge\ L_2 \in \mathcal{NP}) \Rightarrow L_1 \in \mathcal{NP}$,

d) $(L \in \mathcal{NP} \ \wedge\ L \notin \mathcal{P}) \Rightarrow \mathcal{P} \cap \mathcal{NPC} = \emptyset$.