

INFORMATION FÜR DIE VORLESUNG "LINEARE OPTIMIERUNG" (MAC 404, HWS 25)

MATHIAS STAUDIGL

1. ALLGEMEINES

Der Kurs "Lineare Optimierung" beschäftigt sich mit der wichtigen Klasse von konvexen Optimierungsproblemen die durch lineare Nebenbedingungen und linear Zielfunktionen charakterisiert sind. Ein lineares Program (LP) in Standardform ist gegeben durch

$$\max c^\top x \quad \text{s.t.} \quad Ax \leq b, x \in \mathbb{R}_+^n$$

Hierbei sind c und b gegebene Vektoren, A eine gegebene Matrix und x die Entscheidungsvariable. Die zulässige Menge eines derartigen mathematischen Programs ist ein *Polyhedron*. Basiswissen über die Geometrie derartiger Objekte ist von großer Bedeutung um gängige Optimierungsalgorithmen der linearen Optimierung zu verstehen. Wir beschäftigen uns daher im ersten Teil der Vorlesung etwas genauer mit diesem Thema. Danach werden wir das wichtige mathematische Konzept der Dualität einführen. Eine detaillierte Studie der primalen und dualen Simplex Methode folgt eine kurze Einführung in die mächtigen Werkzeuge der inneren-Punkt Verfahren. Der Rest der Vorlesung beschäftigt sich mit der praktisch wichtige Klasse von Optimierungsproblemen auf Netzwerken (Strom, Verkehr, Daten). Als Abschluss werden wir das kanonische LP Modell durch Ganzzahligkeitsrestriktionen ergänzen und das wichtige "Branch-and-Bound" Verfahren (u.a.) einführen.

2. THEMEN

In dieser einführenden Vorlesung werden wir die folgenden Themen bearbeiten:

- Theorie konvexer Polyeder
- Formulierung von linearen Optimierungsproblemen
- Dualität
- Primale und Duale Simplex Methode
- Innere-Punkt Verfahren
- Semi-Definite Programme (optional)
- Netzwerkprobleme
- Ganzzahlige Optimierung

3. ORGANISATORISCHES

Der Kurs besteht aus einem Vorlesungs- und einem Übungsteil. Der Besuch beider Komponenten ist stark empfohlen.

Veranstaltung	Tag	Zeit	Raum	Lehrperson
Vorlesung	Montag	13:45-15:15	D 007	Prof. Staudigl
Vorlesung	Dienstag	10:15-11:45	D 007	Prof. Staudigl
Übung	Mittwoch	15:30-17:00	D 002	Frau Marschner

Skriptum und Übungsblätter finden sie in ILIAS. Um Zugang zu diesen Dokumenten zu bekommen müssen Sie sich für die Vorlesung und die Übung anmelden. Bitte tun Sie das vorab!

In den Vorlesungen wird der vorgesehene Stoff vermittelt. In den Übungen werden Aufgaben gelöst. In der Übung sollen Sie selbstständig, oder in Gruppen, weitere Aufgaben lösen. Die Übungen helfen Ihnen bei der Lösungsfindung und stellen ggf. Lösungen schwieriger Aufgaben vor. Es ist jedoch sehr wichtig dass sie vorbereitet in die Übungen kommen, damit Sie den maximalen Lernerfolg erzielen werden. Einige Aufgaben sind explizit als "Take-Home Assignment" gekennzeichnet. Die Abgabe sorgfältig ausgeführter Übungsblätter wird als Prüfungsvoraussetzung angesehen. Die Hausaufgaben sind, ab der 2. Vorlesungswoche, wöchentlich bis Mittwoch der darauffolgenden Woche, 15:30 Uhr, via ILIAS abzugeben - in Form eines einzelnen PDF-Dokuments. Die Bearbeitung der Hausaufgaben sowie deren Abgabe soll in Teams von 2 Studenten erfolgen. Vermerken Sie auf jeder Abgabe die Mitglieder der Übungsgruppe mit Name und Matrikelnummer. Es sollte klar sein, dass im Fall eine Gruppenabgabe alle Gruppenteilnehmer die gleiche Punktezahl bekommen werden. Im Falle von Programmieraufgaben, fügen Sie auch bitte den kompletten Code, mit einer sorgfältigen Beschreibung ihres Programs, hinzu.

Pro Blatt können sie bis zu 10 Punkte erhalten. Insgesamt wird es 12 Arbeitsblätter (take-home assignments) geben, also 120 Punkte können maximal erreicht werden.

Mindestens 55% der Punkte müssen erreicht werden um zur Endprüfung zugelassen zu werden (d.h. mit 66 Punkten haben Sie es geschafft).

Die Prüfung zum Modul erfolgt am Ende des Semesters im Rahmen einer 90-minütigen schriftlichen Klausur, die Sie ohne Hilfsmittel zu bestreiten haben.

4. LITERATUR

Die Vorlesung wird begleitet durch ein Skriptum welches am Anfang der Vorlesung online zur Verfügung gestellt wird. Es gibt sehr viele exzellente Textbücher die für die weiterführende Lektüre geeignet sind. Hier sind einige Vorschläge:

- Alexander Schrijver, *Theory of linear and integer programming*, Wiley-Interscience Publication, 1998
- Sven Oliver Krumke und Hartmut Noltemeier, *Graphentheoretische Konzepte und Algorithmen*, Springer, Leitfäden der Informatik, 3. Auflage.
- Michele Conforti, Gérard Cornuéjols, Giacomo Zambelli, *Integer Programming*, Springer Graduate Texts in Mathematics, 2014