Martin Schmidt
Volker Eing

Analysis I

29. November 2019

14. Übung

55. Rekursive Integration

Es sei $f_0 : [0, \infty) \to \mathbb{R}$ nicht negativ, stetig und monoton steigend. Definiere rekursiv

$$f_{n+1}(x) = \int_0^x f_n(t)dt$$

für $n \geq 0$ und $x \geq 0$. Zeige, dass

$$f_{n+1}(x) \leq \frac{x}{n+1} f_n(x).$$

für alle $n \geq 0$ und $x \geq 0$ gilt. [Tipp: Partielle Integration] *(8 Bonuspunkte)*

56. Integration und Differentiation

Bestimme

(a) $\int x^2 \cos x dx$ *(3 Bonuspunkte)*

(b) $\int x^3 e^x dx$ *(3 Bonuspunkte)*

(c) $\frac{d}{dx}(\int_0^{x^2} t \exp(t) \mathrm{d}t)$ *(3 Bonuspunkte)*

(d) $\frac{d}{dx}(\int_{-x}^{x} \sin(t) \cos(t) \mathrm{d}t)$ *(3 Bonuspunkte)*

57. Die letzte Aufgabe.

Sei $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ eine stetige Funktion, im Inneren (a, b) stetig differenzierbar, sodass sich f' sogar stetig auf $[a, b]$ fortsetzen lässt. Für $c \in \mathbb{R}$ sei

$$F(c) := \int_a^b f(x) \sin(cx) dx.$$

Zeige, dass gilt $\lim_{|c| \to \infty} F(c) = 0$. *(10 Bonuspunkte)*

Die Lösungen sind bis spätestens **Freitag, den 06. Dezember 2019, 10:00 Uhr** in den entsprechenden Briefkasten (Eingang A5-Gebäude, Teil C) einzuwerfen