

Aufgabe 3

Es seien X und Y nichtleere Mengen sowie $f : X \rightarrow Y$ und $g : Y \rightarrow X$ gegebene Funktionen, die

(i) $f \circ g = id_Y$, d.h. $f(g(y)) = y$ für alle $y \in Y$, und

(ii) $g \circ f = id_X$, d.h. $g(f(x)) = x$ für alle $x \in X$

erfüllen.

Zeigen Sie:

(a) f ist injektiv und surjektiv (also insgesamt bijektiv).

(b) f ist umkehrbar mit Umkehrfunktion $g = f^{-1}$.

Aufgabe 4.

Zeigen Sie, dass die Menge

$$A := \left\{ \frac{1}{m} + \frac{1}{n} : m, n \in \mathbb{N} \right\} \subseteq \mathbb{R}$$

beschränkt ist und bestimmen Sie das Infimum und Supremum (mit Begründung!). Ist das Supremum/Infimum sogar ein Maximum/Minimum?