Analysis I
2. Übung

Martin Schmidt, Ross Ogilvie 15. September 2025

2.1. Abbildungen zum Warmwerden.

Seien $M = \{1, 2, 3\}$ und $N = \{4, 5\}$.

(a) Seien $f, g : M \to N$ und $x : N \to M$ mit

m	$f(m)$
1	4
2	4
3	5

m	$g(m)$
1	5
2	5
3	5

n	$x(n)$
4	1
5	3

Untersuche, ob diese Abbildungen injektiv und/oder surjektiv sind. *(3 Punkte)*
[Bemerkung: Eine Abbildungen, die injektiv und surjektiv ist, heißt bijektiv.]

(b) Beschreibe durch Wertetabellen die Verkettungen $x \circ f : M \to M$ und $f \circ x : N \to N$. *(2 Punkte)*

(c) Gibt es eine Abbildung $y : N \to M$ so dass $y \circ f$ die identische Abbildung $\mathbb{1}_M$ ist? *(1 Punkt)*

2.2. Umkehrabbildung einer quadratischen Funktion.

Sei $f : [1, \infty) \to [2, \infty)$ mit $f(x) = x^2 - 2x + 3$.

(a) Zeige, durch einen "$f(x_1) = f(x_2)$"–Beweis, dass f injektiv ist. *(3 Punkte)*

(b) Zeige, durch einen "$y = f(x)$"–Beweis, dass f surjektiv ist. *(2 Punkte)*

(c) Finde die Umkehrabbildung $f^{-1} : [2, \infty) \to [1, \infty)$ *(1 Punkt)*

Sei $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit $g(x) = x^2 - 2x + 3$ (also gleiche Formel wie f).

(d) Ist g injektiv und/oder surjektiv? Gebe Begründungen. *(2 Punkte)*

2.3. Braves Verhalten von Urbildern.

Gegeben seien die Mengen M, N und $A, B \subseteq N$. Ferner sei $f : M \to N$ eine Abbildung.

(a) Zeige, $f^{-1}[A \cap B] = f^{-1}[A] \cap f^{-1}[B]$. *(2 Punkte)*

(b) Zeige, $f^{-1}[A \cup B] = f^{-1}[A] \cup f^{-1}[B]$. *(2 Punkte)*

(c) Seien nun konkret $M = \{1, 2, 3\}$, $N = \{4, 5\}$ und $f, g : M \to N$ mit

m	$f(m)$
1	4
2	4
3	5

m	$g(m)$
1	5
2	5
3	5

Schreibe $f^{-1}[\{4\}], f^{-1}[\{5\}]$ und $g^{-1}[\{4\}], g^{-1}[\{5\}]$ aus. *(2 Punkte)*