Martin Schmidt
Nicolas A. Hasse

Analysis I

7. September 2023

2. Übung

3. Injektionen und Surjektionen.

Seien $f : M \to L$ und $g : L \to K$ Abbildungen zwischen den Mengen M und L, bzw. L und K. Zeige:

(a) Ist die Verkettung $g \circ f$ surjektiv, so ist g surjektiv. *(4 Punkte)*

(b) Ist die Verkettung $g \circ f$ injektiv, so ist f injektiv. *(4 Punkte)*

4. Links- und Rechtsinversen. Sei $f : X \to Y$ eine Allbildung. Die identische Abbildung $\mathbb{1}_X : X \to X$ ist die Funktion mit $\mathbb{1}_X(x) = x$. Beweise:

(a) Es gibt eine Abbildung $h : Y \to X$ so dass $f \circ h = \mathbb{1}_Y$ genau dann, wenn f surjektiv ist. *(4 Punkte)*

(b) Es gibt eine Abbildung $g : Y \to X$ so dass $g \circ f = \mathbb{1}_X$ genau dann, wenn f injektiv ist. *(4 Punkte)*

5. (Nicht-)braves Verhalten von Bildern.

Sei $f : X \to Y$ eine Abbildung zwischen den Mengen X und Y und seien A und B Teilmengen von X.

(a) Beweise: $f[A \cup B] = f[A] \cup f[B]$. *(4 Punkte)*

(b) Belege durch ein Beispiel, dass die Aussage $f[A \cap B] = f[A] \cap f[B]$ im Allgemeinen *nicht* gilt. *(2 Punkte)*

(c) Nun sei f zusätzlich als injektiv auf X vorausgesetzt. Zeige, dass in diesem Fall die Aussage aus (b) gilt, d.h. $f[A \cap B] = f[A] \cap f[B]$. *(6 Punkte)*

Die Lösungen müssen bis spätestens **Freitag, den 15. September 2023, 10:00 Uhr** in die beschrifteten Briefkästen (Eingang A5-Gebäude, Teil C) eingeworfen oder per E-Mail an Ihren Tutor gesendet werden.