Martin Schmidt
Ross Ogilvie

Analysis I

2. Oktober 2020

2. Übung

4. Abbildungen zum Warmwerden.

Seien $M = \{1, 2, 3\}$ und $N = \{7, 8\}$.

(a) Seien $f, g : M \to N$ mit

$$f(1) = 7,\ f(2) = 8,\ f(3) = 7,$$
$$g(1) = 8,\ g(2) = 8,\ g(3) = 8,$$

und $x, y : N \to M$ mit

$$x(7) = 3,\ x(8) = 1$$
$$y(7) = 3,\ y(8) = 3.$$

Untersuchen Sie, ob diese Abbildungen injecktiv, surjektiv oder bijektiv sein. *(4 Punkte)*

(b) Gebe (ohne Beweis) alle bijektiven Abbildungen $f : M \to M$ an. *(2 Punkte)*

(c) Man gebe eine Menge M und zwei Abbildungen $f, g : M \to M$ an, so dass

$$f \circ g \neq g \circ f$$

gilt. *(2 Punkte)*

5. Injektionen und Surjektionen.

Seien $f : M \to L$ und $g : L \to K$ Abbildungen zwischen den Mengen M und L, bzw. L und K. Zeige:

(a) Ist die Verkettung $g \circ f$ surjektiv, so ist g surjektiv. *(3 Punkte)*

(b) Ist die Verkettung $g \circ f$ injektiv, so ist f injektiv. *(3 Punkte)*

6. Links- und Rechtsinversen. Sei $f : X \to Y$ eine Allbildung. Die identische Abbildung $\mathbb{1}_X : X \to X$ ist die Funktion mit $\mathbb{1}_X(x) = x$. Beweise:

(a) Es gibt eine Abbildung $h : Y \to X$ so dass $f \circ h = \mathbb{1}_Y$ genau dann, wenn f surjektiv ist. *(4 Punkte)*

(b) Es gibt eine Abbildung $g : Y \to X$ so dass $g \circ f = \mathbb{1}_X$ genau dann, wenn f injektiv ist. *(4 Punkte)*

7. (Nicht-)braves Verhalten von Bildern.

Sei $f : X \to Y$ eine Abbildung zwischen den Mengen X und Y und seien A und B Teilmengen von X.

(a) Beweise: $f[A \cup B] = f[A] \cup f[B]$. *(4 Punkte)*

(b) Belege durch ein Beispiel, dass die Aussage $f[A \cap B] = f[A] \cap f[B]$ im Allgemeinen *nicht* gilt. *(2 Punkte)*

Die Lösungen müssen bis spätestens **Freitag, den 9. Oktober 2020, 10:00 Uhr** per E-Mail an Ihren Tutor gesendet.