

Bevor Sie beginnen, beachten Sie bitte folgendes:

- Die Bearbeitungszeit beträgt 90 Minuten. Es gibt 5 Aufgaben, die Gesamtanzahl der erreichbaren Punkte beträgt 50.
- Prüfen Sie ihr Klausurexemplar auf Vollständigkeit, es müssen oben rechts die Seitenzahlen 1–11 stehen.
- Wir empfehlen Ihnen, alle Aufgaben durchzulesen, bevor Sie mit der Bearbeitung beginnen.
- Bitte bearbeiten Sie die Aufgaben *ausschließlich* auf dem an Sie ausgeteilten Papier. Jede Aufgabe soll (*nur*) auf dem entsprechenden Blatt und dem darauf folgenden leeren Blatt, sowie den Rückseiten dieser Blätter, bearbeitet werden.
- Benutzen Sie keinen Bleistift oder Rotstift zur Bearbeitung der Klausur, sondern nur schwarze oder blaue Tinte.
- Bitte schreiben Sie *sauber* und *deutlich*, und geben Sie die *gesamte* Klausur wieder ab. Das Konzeptpapier kann nicht mit abgegeben werden.
- Sie dürfen ein beidseitig bedrucktes oder beschriftetes DIN A4-Blatt benutzen. Falls Deutsch nicht Ihre Muttersprache ist, dürfen Sie außerdem ein (ein- oder zweisprachiges) Wörterbuch verwenden. Weitere Hilfsmittel (Taschenrechner, Skripte usw.) sind nicht erlaubt. Ein etwa mitgebrachtes Handy schalten Sie bitte für die Dauer der Klausur aus.
- Zu den Lösungen aller Aufgaben gehört die Angabe der von Ihnen verwendeten Notation sowie die Vollständigkeit der Rechnungen und der mathematischen Argumente.
- Es dürfen nur alle im Skript (auch mit * gekennzeichnete), in den Übungszetteln und in der Großübung bewiesene Aussagen verwendet werden. Aussagen, die von Ihren TutorInnen außerhalb des vom Lehrstuhl bereitgestellten Materials bewiesen wurden dürfen **nicht** verwendet werden.

Diesen Teil des Blattes bitte nicht beschriften.

Aufgabe	mgl. Punkte	err. Punkte	Aufgabe	mgl. Punkte	err. Punkte	Gesamtpunktzahl:
1 (a)	7		4 (a)	3		
(b)	3		(b)	3		
2 (a)	6		(c)	4		
(b)	4		5	10		
(c)	2					
3 (a)	4					
(b)	4					

1. Nicht aus der Reihe tanzen.

(a) Bestimme den Konvergenzradius der folgenden Potenzreihe:

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{2^k}{(k+1)^2} x^k.$$

(7 Punkte)

(b) Begründe warum die Reihe

$$\sum_{k=1}^{\infty} a_k \cdot 10^{-k}$$

für jede Folge $(a_k)_{k \in \mathbb{N}}$ mit Werten in $\{0, 1, \dots, 9\}$ gegen eine Zahl $a \in [0, 1]$ konvergiert.

(3 Punkte)

2. Achtung die Kurve!

Sei $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ definiert durch

$$f(x) := |\ln x| - \frac{|x-1|}{\sqrt{x}}$$

- (a) Bestimme alle $x \in (0, \infty)$, an denen f differenzierbar ist und bestimme dort die Ableitung. *(6 Punkte)*
- (b) Bestimme alle lokalen und globalen Maxima und Minima von f . *(4 Punkte)*
- (c) Zeige, dass für alle $x \in (0, \infty)$ gilt:

$$|\ln x| \leq \frac{|x-1|}{\sqrt{x}},$$

mit Gleichheit nur bei $x = 1$.

(2 Punkt)

3. Integrative Arbeit.

(a) Sei $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ stetig differenzierbar. Bestimme folgendes unbestimmtes Integral:

$$\int (f(x))^3 \cdot f'(x) dx.$$

(4 Punkte)

(b) Bestimme folgendes unbestimmtes Integral:

$$\int \frac{x}{(1+x^2)^2} dx.$$

(4 Punkte)

4. Grenzwertig.

Entscheide, ob die folgenden Grenzwerte existieren und bestimme sie gegebenenfalls:

(a)

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 - 1}{x^2 + 2x - 3}$$

(3 Punkte)

(b)

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{x^2 - 1}{x^2 + 2x - 3}$$

(3 Punkte)

(c)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\cos(n)}{n}, \quad n \in \mathbb{N}.$$

(4 Punkte)

5. Diffbar.

Sei $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ und es gelte $|f(x) - f(y)| \leq (x - y)^2$ für alle $x, y \in \mathbb{R}$. Zeige, dass f konstant ist.
[*Tipp*: Zeige, dass f differenzierbar ist mit $f'(x) = 0$ für alle $x \in \mathbb{R}$.]

(10 Punkte)

