Übung 7

Nichtlineare Analysis

17. April 2024

Aufgabe 19
Sei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ eine bijektive und stetig differenzierbare Abbilung. Beweise oder widerlege, dass f^{-1} differenzierbar ist.
Tipp: Benutze den Satz der inversen Funktion 11.9

Aufgabe 20 Sei $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2, F(x, y) = (x^2 y, xy^2)$. Zeige, dass F eine lokale inverse an allen Stellen $x \neq 0 \wedge y \neq 0$ hat. Berechne die Ableitung der inversen $(F^{-1})'(F(2, 1))$.

Aufgabe 21
Gegeben sei die Funktion

$$f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}, \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \mapsto x^5 + y^4 - 4xy - 11x + 2.$$

Zeige, dass für $f(x, y) = 0$ lokal um $\begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ eine implizite Lösung der Form $g(x) = y(x)$ existiert.

Aufgabe 22
Gegeben sei die Funktion

$$f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2, \quad \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} e^x + \tan(y) \\ x^2 + z^3 + z \end{pmatrix}.$$

Zeige, dass für $f(x, y, z) = \left(1, 0\right)^T$ lokal um $\left(x_0, y_0, z_0\right)^T = \left(0, 0, 0\right)^T$ eine implizite Lösung der Form $g(x) = (y(x), z(x))^T$ existiert.