
Zusatzaufgaben**1. Lokale Extrema.**

Bestimme alle lokalen Extrema der folgenden Funktionen und entscheide jeweils, ob es sich um ein lokales Minimum oder ein lokales Maximum handelt:

(a) $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, \quad (x, y) \mapsto x^3 + xy^2 - x,$

(b) $g : (-\pi, \pi) \times (-\pi, \pi) \rightarrow \mathbb{R}, \quad (x, y) \mapsto \sin(x) \sin(y).$

2. Rotation und Divergenz.

Gegeben seien die folgenden Vektorfelder:

$$u(x_1, x_2, x_3) = \begin{pmatrix} -x_2 \\ x_1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad v(x_1, x_2, x_3) = \begin{pmatrix} x_2 + 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad w(x_1, x_2) = \begin{pmatrix} 2x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}.$$

(a) Skizziere die Vektorfelder u , v und w .

(b) Berechne die Rotation der Vektorfelder u und v und interpretiere das Ergebnis anhand der Skizze.

(c) Berechne die Divergenz des Vektorfeldes w und interpretiere das Ergebnis anhand der Skizze.

3. Ein Sattelpunkt.

Sei $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, \quad \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \mapsto x^2 - y^2.$

(a) Skizziere den Graphen von f .

(b) Bestimme den einzigen kritischen Punkt von f .

(c) Prüfe, ob dort ein lokales Minimum oder Maximum (oder weder noch) vorliegt.