Prof. Dr. Martin Schmidt | Analysis II

Volker Eing | **Zusatzaufgaben** | Woche 5

1. **Anschauliche lineare Operatoren.**

   (a) Finde einen linearen Operator $A_1 : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$, der die Spiegelung eines Punktes

   $$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3$$

   an der x-Achse darstellt.

   (b) Finde eine Matrix $A_2 \in \mathbb{R}^{3\times 3}$, so dass das Bild der linearen Abbildung

   $$A_2 : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3, \quad \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \mapsto A_2 \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

   die Ebene in $\mathbb{R}^3$ beschreibt, die durch $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ aufgespannt wird.

2. **Differenzierbarkeit und partielle Differenzierbarkeit.**

   (a) Für welche Punkte $x = (x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3$ sind die durch

   (i) $f_1(x) = |x_1 x_2| + |x_3|$ (ii) $f_2(x) = |x_1 x_2 x_3|^{1/3}$

   definierten Funktionen $f_i : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ partiell differenzierbar bzw. differenzierbar?

   (b) Sei $p \in \mathbb{N} \cup \{\infty\}$. Prüfe, ob $\|\cdot\|_p : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ in $x_0 = 0$ differenzierbar ist.

   (c) Bestimme die Richtungsableitung der Funktion

   $$z : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}, \quad (x, y) \mapsto x^2 - 2y^2$$

   im Punkt $(1, 2)$ in Richtung eines Vektors, der mit der positiven x-Achse einen Winkel von $\pi/4$ bildet.