11. Großübung

1. Die Thomaesche Funktion

Betrachte die folgende Funktion:

$$f: [0,1] \to \mathbb{R}$$

$$x \mapsto \begin{cases} 1, & \text{wenn} \quad x = 0 \\ 0, & \text{wenn} \quad x \text{ irrational} \\ \frac{1}{q}, & \text{wenn} \quad x = \frac{p}{q} \quad \text{mit } p, q \in \mathbb{N} \text{ und } \operatorname{ggT}(p,q) = 1 \end{cases}$$

- (a) Zeichne qualitativ (d.h. an einigen Punkten) den Graphen der Funktion, sodass du einen Eindruck davon bekommst, welche 'Gestalt' die Funktion hat.
- (b) Ist diese Funktion Riemann integrierbar? [Tipp: Lebesgue-Kriterium]