Aufgabe 1 Sei (X, d) ein metrischer Raum und $x_0 \in X$. Dann ist $C_b(X, \mathbb{R})$ mit $\|\cdot\|_\infty$ ein normierter $\mathbb{R}$-Vektorraum. Zeige, dass die Abbildung

$$A : C_b(X, \mathbb{R}) \to \mathbb{R}, \quad A(f) = f(x_0)$$

linear und stetig ist.

Aufgabe 2 Wir bezeichnen mit $\mathbb{R}_{\mathrm{dis}}$ den metrischen Raum $(\mathbb{R}, d_{\mathrm{dis}})$, wobei d_{dis} die diskrete Metrik ist. Mit $\mathbb{R}$ bezeichnen wir den metrischen Raum $(\mathbb{R}, d)$, wobei d die Betragsmetrik $d(x, y) = |x - y|$ ist. Bestimme die Elemente f in

a) $C(\mathbb{R}_{\mathrm{dis}}, \mathbb{R})$,

b) $C(\mathbb{R}, \mathbb{R}_{\mathrm{dis}})$.