

Prof. Dr. Martin Schmidt
Eva Lübcke

Zusatzaufgaben

Analysis II
Woche 7

1. Lokale Extrema.

Bestimme alle lokalen Extrema der folgenden Funktionen und entscheide jeweils, ob es sich um ein lokales Minimum oder ein lokales Maximum handelt (die kritischen Punkte der Funktionen dürfen aus Aufgabe 4 von Übungsblatt 10 beziehungsweise der großen Übung übernommen werden):

- (a) $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, \quad (x, y) \mapsto x^3 + xy^2 - x,$
- (b) $g : (-\pi, \pi) \times (-\pi, \pi) \rightarrow \mathbb{R}, \quad (x, y) \mapsto \sin(x) \sin(y).$

2. Rotation und Divergenz.

Gegeben seien die folgenden Vektorfelder:

$$u(x_1, x_2, x_3) = \begin{pmatrix} -x_2 \\ x_1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad v(x_1, x_2, x_3) = \begin{pmatrix} x_2 + 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad w(x_1, x_2) = \begin{pmatrix} 2x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}.$$

- (a) Skizziere die Vektorfelder u , v und w .
- (b) Berechne die Rotation der Vektorfelder u und v und interpretiere das Ergebnis anhand der Skizze.
- (c) Berechne die Divergenz des Vektorfeldes w und interpretiere das Ergebnis anhand der Skizze.

3. Ein Sattelpunkt.

Sei $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \mapsto x^2 - y^2.$

- (a) Skizziere den Graphen von f .
- (b) Bestimme den einzigen kritischen Punkt von f .
- (c) Prüfe, ob dort ein lokales Minimum oder Maximum (oder weder noch) vorliegt.