

Aufgabe 21

a) In $C(\mathbb{R}_{\text{dis}}, \mathbb{R})$ sind alle Abbildungen von $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ enthalten, denn in \mathbb{R}_{dis} sind alle Teilmengen offen. Somit ist auch das Urbild jeder offenen Menge in \mathbb{R} wieder offen unter einer beliebigen Abb. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ (denn es ist auch eine Menge) $\Rightarrow f$ ist stetig.

b) In $C(\mathbb{R}, \mathbb{R}_{\text{dis}})$ sind nur die konstanten Funktionen enthalten. Denn in \mathbb{R}_{dis} sind einpunktige Mengen $\{x\}$ offen & abgeschlossen. Damit eine Funktion $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ also stetig ist muss das Urbild $f^{-1}[\{x\}]$ sowohl offen als auch abgeschlossen sein für $x \in \mathbb{R}$. Da \mathbb{R} zusammenhängend ist sind in \mathbb{R} jedoch nur \mathbb{R} selbst und \emptyset offen und abgeschlossen. Also ist $f^{-1}[\{x\}]$ entweder ganz \mathbb{R} oder leer und somit f konstant.