

Übung 11

Lebesgue-Integral

10. Mai 2017

Aufgabe 1

Sei $M := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x, y \geq 0, x \exp(-x) \geq y\}$. Bestimme den Flächeninhalt $\mu(M) := \int \chi_M d\mu$ von M .

Aufgabe 2

Seien $R := \{(x, y) \in \mathbb{R}_0^+ \times \mathbb{R}_0^+ \mid x - 1 < y < x\}$ und $S := \{(x, y) \in \mathbb{R}_0^+ \times \mathbb{R}_0^+ \mid x - 2 < y < x - 1\}$

- (a) Zeige, dass für alle $y \in \mathbb{R}$ die Mengen $R(y) := \{x \in \mathbb{R} \mid (x, y) \in R\}$ und $S(y) := \{x \in \mathbb{R} \mid (x, y) \in S\}$ Intervalle sind.
- (b) Sei $f := \chi_S - \chi_R$. Zeige, dass

$$\int_{\mathbb{R}^2} f(x, y) dx dy \neq \int_{\mathbb{R}^2} f(x, y) dy dx.$$

Wieso widerspricht dies nicht dem Satz von Fubini?