

## 1. Übung

### 1. Rechnen mit Mengen.

- (a) Man gebe für die Mengen

$$A := \{n \in \mathbb{N} \mid n \text{ ist Primzahl}\}, \quad B := \{n \in \mathbb{N} \mid n \text{ ist ungerade}\}$$

ihren Schnitt  $A \cap B$ , ihre Vereinigung  $A \cup B$  sowie die Differenz  $A \setminus B$  an. Dabei bezeichnet  $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$  die Menge der natürlichen Zahlen. (3 Punkte)

- (b) Man gebe  $\mathcal{P}(\emptyset)$ ,  $\mathcal{P}(\mathcal{P}(\emptyset))$  und  $\mathcal{P}(\mathcal{P}(\mathcal{P}(\emptyset)))$  an. (3 Punkte)

### 2. Rechenregeln für Mengen.

Es seien  $A$ ,  $B$  und  $C$  beliebige Mengen. Überprüfen Sie, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind. Falls eine Aussage wahr ist, geben Sie einen Beweis, falls eine Aussage falsch ist, geben Sie ein Gegenbeispiel an.

- (a)  $(C \setminus A) \cap (C \setminus B) = (C \setminus B) \setminus A$ . (4 Punkte)

- (b)  $A \cup (B \setminus C) = (A \cup B) \setminus C$ . (2 Punkte)

### 3. Relationen.

- (a) Man gebe bei den folgenden Relationen  $R$  jeweils mit Begründung an, ob  $R$  reflexiv, symmetrisch und/oder transitiv ist. Welche der Relationen sind Äquivalenzrelationen?

- (i)  $R$  sei eine Relation auf der Menge  $\mathbb{R}$  der reellen Zahlen, und zwar gelte für  $a, b \in \mathbb{R}$ :  
 $(a, b) \in R \iff a \leq b$ . (3 Punkte)

- (ii)  $R$  sei eine Relation auf der Menge  $M$  der Teilnehmer der Tutorien zur Analysis I, und zwar gelte für  $a, b \in M$ :  
 $(a, b) \in R \iff a$  sitzt in demselben Tutorium der Analysis I wie  $b$ . (3 Punkte)

- (b) Beweisen Sie oder geben Sie ein Gegenbeispiel an: Jede transitive und symmetrische Relation ist auch reflexiv. (3 Punkte)

### 4. Abbildungen.

- (a) Es sei  $M = \{1, 2, 3\}$ . Geben Sie (ohne Beweis) alle bijektiven Abbildungen  $f : M \rightarrow M$  an. (3 Punkte)

- (b) Man gebe eine Menge  $M$  und zwei Abbildungen  $f, g : M \rightarrow M$  an, so dass

$$f \circ g \neq g \circ f$$

gilt. (3 Punkte)

*Bitte wenden.*

### 5. Über Leckerellen und Ekelitzen.

In einem Fluss gebe es genau zwei Fischarten, Leckerellen und Ekelitzen, deren erste eine ausgesprochene Delikatesse, deren zweite jedoch völlig ungenießbar ist. Es ist bekannt, dass jeder gelbe Fisch eine Ekelitze ist, dass jede Leckerelle höchstens 500g wiegt und dass keine Ekelitze leichter als 300g ist. Welche der nachstehenden Folgerungen sind dann zulässig? (Beweis oder Gegenbeispiel!) (7 Punkte)

- (a) Es gibt gelbe Fische im Fluss.
- (b) Es gibt Fische im Fluss, die höchstens 500g wiegen.
- (c) Es gibt Fische im Fluss, die höchstens 500g wiegen und nicht gelb sind.
- (d) Alle gelben Fische im Fluss wiegen mehr als 500g.
- (e) Alle Fische im Fluss, die schwerer sind als 800g, sind ungenießbar.
- (f) Alle Fische im Fluss, die leichter als 400g sind, sind genießbar.
- (g) Jeder gelbe Fisch im Fluss, der leichter als 200g ist, ist blau.

Die Lösungen sind bis spätestens **Donnerstag, den 15. September 2016, 13:00 Uhr** in den entsprechenden Briefkasten (Eingang A5-Gebäude, Teil C) einzuwerfen. Bis auf Weiteres sind die Lösungen **einzeln** abzugeben. Bearbeitungen mit mehr als einem Namen pro Blatt werden nicht gewertet.