

33. Zur Hausdorff-Young-Ungleichung.

- (a) *Konstruiere* mit Hilfe von Translationen und Multiplikationen mit Charakteren eine Folge von Schwartzfunktionen $(\varphi_n)_{n \in \mathbb{N}}$, so dass für $1 \leq p < 2$ und $\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = 1$ gilt
- (i) Jedes φ_n hat die gleiche $L^p(\mathbb{R}^n)$ -Norm.
 - (ii) Jedes $\hat{\varphi}_n$ hat die gleiche $L^{p'}$ -Norm.
 - (iii) Die Träger von $\hat{\varphi}_n$ sind paarweise disjunkt.
 - (iv) Die Träger von φ_n sind im wesentlichen diskunkt, d.h.

$$\left\| \sum_{n=1}^N \varphi_n \right\|_p^p \approx \sum_{n=1}^N \|\varphi_n\|_p^p \approx CN$$

- (b) *Zeige* mit Hilfe von (a), dass die umgekehrte Hausdorff-Young-Ungleichung $\|f\|_p \leq C\|\hat{f}\|_{p'}$ nicht gilt.

34. Abschätzung aus Beweis von Khinchins Ungleichung.

Zeige, dass $\frac{1}{2}(e^x + e^{-x}) \leq e^{x^2/2}$.

Abgabe am Mittwoch, den 20. Mai 2015, in der Vorlesung.