

Übungsblatt 1 zum Wiederholungskurs Analysis II

Empfohlene Bearbeitungszeit: 30 Minuten.

Aufgabe 1. Überprüfe, ob die folgenden Abbildungen Metriken sind:

$$\begin{aligned}d_1: \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2 &\rightarrow \mathbb{R}, \\(x, y) &\mapsto \max\{|x_1 - y_1|, 2|x_2 - y_2|\}, \\d_2: \mathbb{N} \times \mathbb{N} &\rightarrow \mathbb{R}, \\(n, m) &\mapsto 2^{-\operatorname{ord}_2(n-m)}.\end{aligned}$$

Die Abbildung $\operatorname{ord}_2(r)$ gibt an, wie oft r durch 2 teilbar ist. Dabei wird $2^{-\infty} = 0$ gesetzt.

Aufgabe 2. Definiere

$$v_1 := (-6, 2, 1, 7) \in \mathbb{R}^4$$

und $v_2 := -v_1$. Berechne den Abstand $d(v_1, v_2)$ im \mathbb{R}^4 bezüglich der 1-, 2- und der ∞ -Norm. Finde zuletzt einen Vektor $w \in \mathbb{R}^4$, so dass die Summe der Abstände

$$S := d(v_1, w) + d(v_2, w)$$

minimal wird (mit Beweis!).