Übungsblatt 2

Universität Mannheim
Analysis II / FSS 2008
Martin Schmidt
Jörg Zentgraf

1. Finden Sie eine Cauchyfolge in dem metrischen Raum $(\mathbb{R}, d_3)$, die nicht konvergiert. Hierbei ist d_3 die Metrik aus Übungsblatt 1, Aufgabe 1. Beweisen Sie Ihre Aussagen! *(4 Punkte)*

2. (a) Finden Sie eine Überdeckung des Intervalls $(0, 1]$, die keine endliche Teilüberdeckung besitzt.

   (b) Geben Sie eine Teilmenge von $\mathbb{R}$ an, die ein Minimum und ein Maximum besitzt, aber nicht kompakt ist.

   (4 Punkte)

3. Sei (X, d) ein metrischer Raum, bestehend aus dem offenen Intervall $X = (0, 1)$ mit der diskreten Metrik aus Beispiel 9.2.(i). Ist dieser metrische Raum vollständig? Beweisen Sie Ihre Aussage! *(3 Punkte)*

4. Sei $M \subset \mathbb{R}^n$ abgeschlossen und $N \subset \mathbb{R}^n$ kompakt mit $M \cap N = \emptyset$. Zeigen Sie, dass es Punkte $a \in M$ und $b \in N$ gibt, so dass

$$d(a, b) = \inf\{d(x, y) \,|\, x \in M, y \in N\}$$

   ist. Insbesondere ist diese Zahl, die man dann mit $d(M, N)$, bezeichnet positiv. Geben Sie ein Beispiel dafür an, dass $d(M, N) = 0$ sein kann, wenn N nur abgeschlossen ist. *(5 Punkte)*

Abgabe bis Montag, den 3. März um 10:00 Uhr in A5