Übungsblatt 11

Universität Mannheim
Analysis II / FSS 2008
Martin Schmidt
Jörg Zentgraf

1. Berechnen Sie die folgenden Integrale

   (a) $\displaystyle\int_0^1 \int_2^3 y^x \, dx \, dy$

   (b) $\displaystyle\int_0^1 \int_0^1 (x+y) \operatorname{sgn}(x-y) \, dx \, dy$ mit $\operatorname{sgn}(r)$ das Vorzeichen von r

   (c) $\displaystyle\int_0^1 \int_{3y}^3 \exp(x^2) \, dx \, dy$

   (6 Punkte)

2. Sei $T_n := \{(x_1, \ldots, x_n) \in \mathbb{R}^n \mid 0 \leq x_1 \leq x_2 \leq \cdots \leq x_n \leq 1\}$.

   (a) Skizzieren Sie die Mengen T_1, T_2, T_3.

   (b) Schreiben Sie das Volumen von T_n als n-faches Integral der konstanten Funktion 1. Passen Sie die Intervallgrenzen so an, dass insgesamt über ganz T_n integriert wird.

   (c) Berechnen Sie das Volumen von T_n, $\operatorname{vol}_n(T_n)$. *(6 Punkte)*

3. Sei $D \subset \mathbb{R}^2$ das Dreieck mit den Ecken $(0,0)$, $(0,1)$, $(1,0)$ und $f \in C^0([0,1])$.

   (a) Zeigen Sie, dass dann für $m, n \in \mathbb{N}$ gilt:

   $$\int_D f(x_1 + x_2) x_1^m x_2^n \, dx_1 \, dx_2 = \frac{m!n!}{(m+n+1)!} \int_0^1 f(t) t^{m+n+1} dt$$

   Hinweis : substituieren Sie $x_1 + x_2 = t$

   (b) Berechnen Sie mit Teil (a) das Integral

   $$\int_0^1 \int_0^{1-x} (x+y)^4 x^2 y^3 \, dy \, dx$$

   (4 Punkte)

Abgabe bis Montag, den 19. Mai um 10:00 Uhr in A5