

Übungsblatt 9

Universität Mannheim
Analysis II / FSS 2008
Martin Schmidt
Jörg Zentgraf

1. Ein Tetraeder hat die Ecken $A = (0, 0, 0)$, $B = (2, 0, 0)$, $C = (0, 3, 0)$ und $D = (0, 0, 4)$.
 - (a) Suchen Sie den Raumpunkt, für den die Summe S der Quadrate der Entfernungen von den Ecken ein Minimum ist und bestimmen Sie S .
 - (b) Wo liegt der gesuchte Punkt, wenn man zusätzlich fordert, dass er auf der Kugel mit der Gleichung $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ liegen soll?
 - (c) Wo liegt der Punkt, wenn er nicht nur auf der Kugel, sondern auch noch auf der Ebene mit der Gleichung $x + y + z = 0$ liegen soll?

(6 Punkte)

2. Seien Q_1 und Q_2 zwei Quader in \mathbb{R}^d . Zeigen Sie :

- (a) $\chi_{Q_1 \cap Q_2} = \chi_{Q_1} \cdot \chi_{Q_2}$
- (b) $\chi_{Q_1 \cup Q_2} = \chi_{Q_1} + \chi_{Q_2} - \chi_{Q_2} \cdot \chi_{Q_1}$

(4 Punkte)

3. Seien f und g zwei Treppenfunktionen auf \mathbb{R}^n . Zeigen Sie, dass auch $(f + g)(x) = f(x) + g(x)$ und $(fg)(x) = f(x)g(x)$ Treppenfunktionen auf \mathbb{R}^n sind.

(4 Punkte)

4. Sei h eine Treppenfunktion auf \mathbb{R} . Unter welchen Umständen sind $\sin(h(x))$ und $h(\sin(x))$ ebenfalls Treppenfunktionen?

(2 Punkte)

Abgabe bis Montag, den 5. Mai um 10:00 Uhr in A5