Universität Mannheim
Analysis I / HWS 2007/08
Martin Schmidt
Jörg Zentgraf

Übungsblatt 7

1. Berechnen Sie ohne Taschenrechner (bis auf 10 Dezimalstellen genau)

   (a) $\sum\limits_{k=3}^{719} \left(\frac{3}{4}\right)^k$

   (b) $\sum\limits_{o=1}^{318} \left(\frac{1}{2}\right)^{2o+5}$

   (c) $\sum\limits_{k=3}^{\infty} 4 \left(\frac{(-3)^k}{5^k}\right)$

   Hinweis : $\left(\frac{3}{4}\right)^3 = \frac{27}{64} < \frac{1}{2}$ und $2^{10} = 1024 > 10^3$. *(6 Punkte)*

2. Zeigen Sie, dass die Folge $\left(\sum\limits_{k=1}^{n} \frac{1}{(2k-1)(2k+3)}\right)_{n\in\mathbb{N}}$ konvergent ist und berechnen Sie den Grenzwert.
   Hinweis : Zerlegen Sie $\frac{1}{(2k-1)(2k+3)} = \frac{\alpha}{2k-1} + \frac{\beta}{2k+3}$. *(2 Punkte)*

3. Untersuchen Sie die folgenden Reihen auf Konvergenz :

   (a) $\sum\limits_{k=1}^{\infty} (-1)^k \frac{1}{\sqrt{k+1}}$ (b) $\sum\limits_{k=1}^{\infty} \frac{3^k}{k^3}$

   (c) $\sum\limits_{k=1}^{\infty} \frac{2(k+1)^k}{(2k+1)^k}$ (d) $\sum\limits_{k=1}^{\infty} \frac{30+14k+k^4+13k^2}{2k^4+2k^3+k+12}$

   (e) $\sum\limits_{k=0}^{\infty} \frac{k^3+2k^2+3k}{k!}$ (f) $\sum\limits_{k=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{k(k+1)}}$ *(6 Punkte)*

4. Zeigen Sie, dass 2.249999999999....... und 2.2500000000.......
   Dezimalbruchdarstellungen von $\frac{9}{4}$ sind. *(2 Punkte)*

5. Sei $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ eine Folge in $\mathbb{R}$.

   (a) Zeigen Sie : Konvergiert $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ absolut, so konvergiert auch $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n^2$ absolut.

   (b) Geben Sie ein Gegenbeispiel dafür an, dass die Umkehrung von (a) falsch ist.

   (c) Geben Sie ein Gegenbeispiel dafür an, dass (a) falsch ist, wenn man "absolute Konvergenz" durch "Konvergenz" ersetzt. *(4 Punkte)*

6.* Berechnen Sie den Grenzwert der Reihe von Aufgabe 3 (e). Hinweis : Schreiben Sie $k^3+2k^2+3k = \alpha k(k-1)(k-2) + \beta k(k-1) + \gamma k$
   (3 Zusatzpunkte)

Abgabe bis Freitag, den 26. Oktober um 10:10 Uhr in A5