Übungsblatt 1

Universität Mannheim
Analysis I / HWS 2007/08
Martin Schmidt
Jörg Zentgraf

1. Seien M_1, M_2 und M_3 Mengen. Beweisen Sie

   (a)
   $$(M_3 \setminus M_1) \cap (M_3 \setminus M_2) = (M_3 \setminus M_2) \setminus M_1$$

   (b) $M_1 \subseteq M_2 \;\Leftrightarrow\; M_1 \cup M_2 = M_2$

   (c) Zeigen Sie an einem Beispiel, dass nicht immer
   $$M_1 \cup (M_2 \setminus M_3) = (M_1 \cup M_2) \setminus M_3$$
   gilt. *(6 Punkte)*

2. Im Folgenden seien a, b reelle Zahlen und A, B Personen. Geben Sie bei den folgenden Relationen mit Begründung an, ob sie reflexiv/ symmetrisch/ transitiv sind. Welche sind Äquivalenzrelationen ?

   (a) $(a, b) \in \mathsf{R} \Leftrightarrow a \leq b$

   (b) $(A, B) \in \mathsf{R} \Leftrightarrow A$ sitzt in dem selben Analysis 1-Tutorium wie B.

   (c) $(A, B) \in \mathsf{R} \Leftrightarrow A$ ist leiblich verwandt mit B

   (d) $(A, B) \in \mathsf{R} \Leftrightarrow A$ ist mit B verheiratet *(6 Punkte)*

3. Die Menge M sei gegeben durch $M = \{1, 2, 3\}$. Geben Sie alle bijektiven Abbildungen $f : M \to M$ an (ohne Beweis). *(2 Punkte)*

4. Geben Sie explizit eine Menge M und zwei Abbildungen $f : M \to M$ und $g : M \to M$ an, so dass
   $$g \circ f \neq f \circ g$$
   gilt. *(2 Punkte)*

5. Beweisen Sie die folgenden Aussagen in einem beliebigen Körper. Dabei seien a, w, x, y, z Elemente des Körpers. Benutzen Sie nur die in der Vorlesung bewiesenen Aussagen und geben Sie an, welche Aussagen Sie benutzt haben.

   (a) Es gilt $-0 = 0$.

   (b) Für $y \neq 0$ gilt $\dfrac{ax}{y} = a\left(\dfrac{x}{y}\right)$.

   (c) Für $y \neq 0$, $z \neq 0$ und $w \neq 0$ gilt $\dfrac{\frac{x}{y}}{\frac{w}{z}} = \dfrac{xz}{yw}$. *(4 Punkte)*

Abgabe bis Freitag, den 14. September um 10:00 Uhr in A5