Universität Mannheim
Analysis I / HWS 2007/08
Martin Schmidt
Jörg Zentgraf

Übungsblatt 12

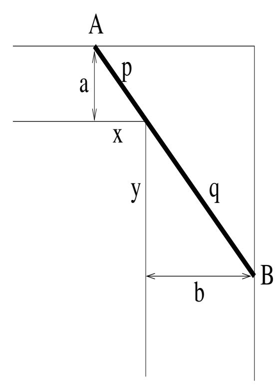
1. Beweisen Sie, dass die Umkehrfunktion einer konvexen bijektiven monoton wachsenden Funktion konkav ist. *(3 Punkte)*

2. Finden Sie zunächst eine allgemeine Formel für die n-te Ableitung der Funktion $\ln(1+x)$ und beweisen diese mit vollständiger Induktion. Bestimmen Sie anschließend die Taylorreihe von $\ln(1+x)$ im Punkt $x = 0$. *(4 Punkte)*

3. Bestimmen Sie das Taylorpolynom dritter Ordnung im Punkt $x_0 = 4$ von $f(x) := \sqrt{x}$. *(2 Punkte)*

4. Bestimmen Sie die Taylorreihen von $f(x) := x^2 + 3x + 5$ in $x_0 = 0$ und $x_1 = 2$. *(3 Punkte)*

5. Zwei Kanäle mit den Breiten a und b stoßen rechtwinklig zusammen. Wir suchen die maximale Länge L, die ein Baumstamm haben kann, damit er gerade noch *um die Ecke* gebracht werden kann. Wir rechnen mit einem idealisierten Stamm der Dicke null.



   (a) Drücken Sie $r = \overline{\mathrm{AB}} = p + q$ durch x aus und berechnen Sie L.
   (b) Berechnen Sie L speziell für die Fälle $a = b$, $a \ll b$ und $b = 2a$.
   (c) Zeichnen Sie $r(x)$ für $a = 1$ und $b = 2$. Beweisen Sie für diesen Fall, dass $g(x) = x + 2$ eine Asymptote von $r(x)$ ist, d.h. $\lim\limits_{x\to\infty} |r(x) - g(x)| = 0$. *(8 Punkte)*

Abgabe bis Freitag, den 30. November um 10 Uhr in A5