

Analysis I/HWS 2007/08
 Martin Schmidt
 Jörg Zentgraf

Wiederholungsklausur Analysis I

25.08.2008

Zufallszahl:

Bevor Sie beginnen, beachten Sie bitte folgendes:

- Die Bearbeitungszeit beträgt 90 Minuten, die Gesamtanzahl der erreichbaren Punkte 40.
- Prüfen Sie ihr Klausurexemplar auf Vollständigkeit, es müssen oben rechts die Seitenzahlen 1-11 stehen.
- Bitte bearbeiten Sie die Aufgaben *ausschließlich* auf dem an Sie ausgeteilten Papier.
- Benutzen Sie keinen Bleistift oder Rotstift zur Bearbeitung der Klausur.
- Bitte schreiben Sie *sauber* und *deutlich*, und geben Sie *alle* Papierbögen wieder ab.
- Sie können ein beidseitig bedrucktes oder beschriftetes DIN A4-Blatt benutzen, ein Taschenrechner ist nicht erlaubt.
- Zu den Lösungen aller Aufgaben gehört die Angabe der von Ihnen verwendeten Notation sowie die Vollständigkeit der Rechnungen und der mathematischen Argumente.
- Die Klausurergebnisse werden unter Angabe der obigen Zufallszahl (ohne Matrikelnummer) im Internet veröffentlicht.

Aufgabe	1	2	3	4	5	Summe
mögliche Punkte	6	5	8	13	8	40
erreichte Punkte						

1. Aufgabe der Wiederholungsklausur Analysis I am 25.08.2008

- (a) Berechnen Sie Realteil, Imaginärteil und Betrag von

$$z := \frac{4 - 3i}{1 - 2i} - \frac{1 + 7i}{1 + 2i}$$

(3 Punkte)

- (b) Geben Sie **alle** Häufungspunkte der folgenden Folge an und begründen Sie warum es Häufungspunkte sind.

$$a_n := \frac{3^n + 4^n}{7^n}$$

(3 Punkte)

2. Aufgabe der Wiederholungsklausur Analysis I am 25.08.2008

Beweisen Sie mit vollständiger Induktion :

Für alle natürlichen Zahlen $n \geq 3$ und alle $x \in \mathbb{C} \setminus \{1\}$ gilt

$$\sum_{i=3}^n x^i = \frac{x^3 - x^{n+1}}{1 - x}$$

(5 Punkte)

3. Aufgabe der Wiederholungsklausur Analysis I am 25.08.2008

- (a) Entscheiden Sie mit Begründung, ob die folgende Reihe konvergiert oder divergiert

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{3(k-1)^k}{(3k+1)^k}$$

(3 Punkte)

- (b) Berechnen Sie den Konvergenzradius der folgenden Potenzreihe für $x \in \mathbb{R}$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 - \frac{1}{n}\right)^{\binom{n^2}{2}} x^n$$

(5 Punkte)

4. Aufgabe der Wiederholungsklausur Analysis I am 25.08.2008

- (a) Berechnen Sie mit der Regel von L'Hopital den Grenzwert

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{-3x + \sin(3x)}{x - \sin(x)}$$

(4 Punkte)

- (b) Bestimmen Sie für $n \in \mathbb{N}$ von der Abbildung f alle lokalen Maxima und Minima, sowie das Bild der Abbildung

$$\begin{aligned} f : [0, \infty) &\rightarrow \mathbb{R} \\ x &\mapsto x^n \exp(-x) \end{aligned}$$

(9 Punkte)

5. Aufgabe der Wiederholungsklausur Analysis I am 25.08.2008

Berechnen Sie die folgenden Integrale:

(a) $\int_{-2}^2 |x - 1| dx$ (4 Punkte)

(b) $\int e^{-x} \sin(x) dx$ (4 Punkte)