

1. Welche der folgenden Produkte sind konvergent?

- (a)  $\prod_{k=1}^{\infty} (1 + \frac{1}{k^3})$ .
- (b)  $\prod_{k=1}^{\infty} (1 - \frac{1}{\sqrt{k+1}})$ .
- (c)  $\prod_{k=1}^{\infty} (1 + \frac{k}{\sqrt{k^2+1}})$ .

2. Zeigen Sie, dass  $\prod_{k=1}^{\infty} (1 + \frac{e^{-kz}}{k^2})$  absolut und gleichmäßig auf der Halbebene  $\operatorname{Re} z \geq 0$  konvergiert. Welche holomorphe Funktion repräsentiert dieses Produkt auf dieser Halbebene?

3. (a) Zeigen Sie dass für  $x \geq 1$  gilt:  $\int_0^n (1 - \frac{t}{n})^n t^{x-1} dt = \frac{n!n^x}{x(x+1)\cdots(x+n)}$ .
- (b) Folgern Sie, dass auf der Halbebene  $\operatorname{Re} z > 0$  gilt:  $\Gamma(z) = \int_0^{\infty} e^{-t} t^{z-1} dt$ .

4. Berechnen Sie folgende Integrale mit Hilfe der Gammafunktion:

- (a)  $\int_0^{\infty} y^2 e^{-2y^2} dy$ .
- (b)  $\int_0^1 \{\ln(\frac{1}{t})\}^{-1/2} dt$ .
- (c)  $\int_0^{\infty} (ye^{-y^2})^{1/4} dy$ .