Stochastische Probleme und Monte-Carlo Methoden

Mathe-AG Workshop 2 - Ausblick

Eliano Fischer, Fabio Wille, Peter Parczewski

24. Oktober 2026



Teil I Diskrete Stochastik und stochastische Probleme

Im Workshop beschäftigen wir uns zuerst mit solchen Problemen:

Werden drei faire Würfel X, Y, Z zufällig geworfen.

- Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist $X < Y$?
- Wie lange dauert es im Durchschnitt bis erstmals $X < Y < Z$?

Für solche Probleme benötigen wir:

Diskrete Stochastik

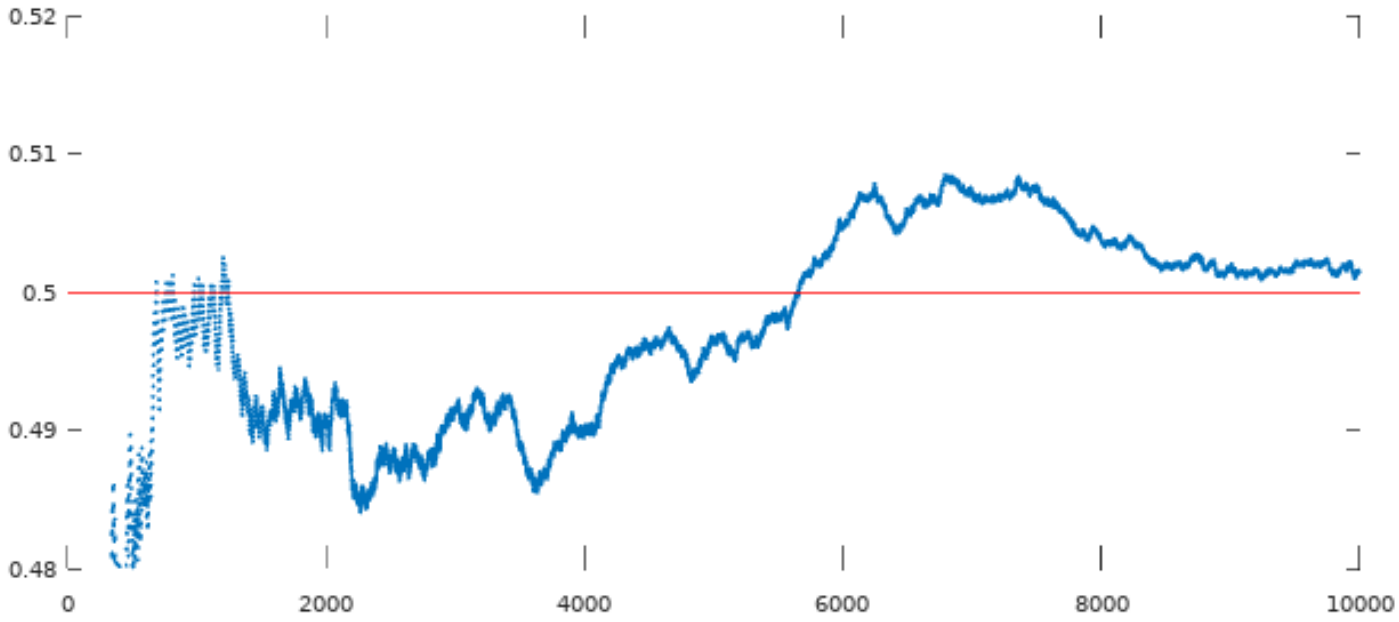
Zufallsexperimente des mehrfachen Münzwurf, mehrfachen Würfelwurf.
Wahrscheinlichkeiten und Zufallsvariablen.
Erwartungswert. Rechenregeln für Erwartungswerte.
Summenformeln und geometrische Summe, geometrische Reihe.

Teil II Monte-Carlo Methoden

Weitere Probleme werden sein:

Stellen sich zwei Klassen gleicher Größe $N \in \mathbb{N}$ beim Schüleraustausch gemeinsam zufällig zu einem Foto in drei Reihen auf, mit welcher Wahrscheinlichkeit stehen nie zwei gleichsprachige Kinder nebeneinander?

Lösungen können mittels Monte-Carlo geschätzt bzw. approximiert werden: Z.B. approximiert der Mittelwert von mehrfachen fairen Münzwurfen auf $0,1$ den (wahren) *Erwartungswert* des fairen Münzwurfs $E = 0.5$:



Teil III Monte-Carlo und Probleme

Wir betrachten die mathematische Begründung der Monte-Carlo Methode:

Mathematik und Beweise

Schwaches Gesetz der großen Zahlen. Varianz. Chebychev-Ungleichung.

Wir erforschen weitere stochastische Probleme mit Monte-Carlo Methoden und auch mathematisch (von Hand):

Wie lange dauert es beim mehrfachen Werfen eines fairen Würfels im Durchschnitt bis zum ersten Mal zwei Mal eine 6 geworfen wird?

Ein (eigenes) Spiel über zufällige Kanäle und die Frage nach der durchschnittlichen Anzahl an Verbindungen von verschiedenen Seiten ?