

Teamwettbewerb

- Große Produkte wie z.B. 5^4 müssen nicht ausmultipliziert werden.
- Die Aufgabenteile sind jeweils etwa vom Zeitaufwand: (a) leicht (b) mittel (c) schwer

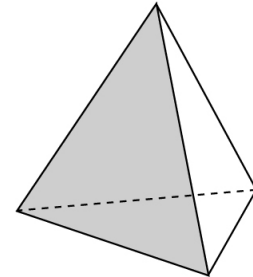
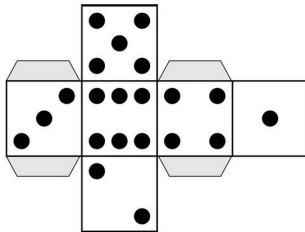


Abbildung 1: Würfelnetz und Konfiguration (Aufgabe 1) sowie Tetraeder (Aufgabe 2)

Aufgabe 1 Konfigurationen von Würfeln (3+3+6 Punkte)

Wir betrachten vier verschiedenfarbige faire Würfel, die in einem Quadrat angeordnet werden. Jede solche Anordnung nennen wir Konfiguration (siehe Abbildung oben). In einer Konfiguration berühren sich jeweils zwei Seiten der Würfel in genau vier Kontakten.

- (a) (**Gerade Kontakte**) Bestimme die Anzahl aller Konfigurationen und zudem die Anzahl aller Konfigurationen, sodass sich nur Seiten mit geraden Augenzahlen berühren (d.h. nur gerade Kontakte).

Begründe: Die Wahrscheinlichkeit beim zufälligen Werfen einer Konfiguration für eine solche *gerade-Kontakte*-Konfiguration ist 2^{-8} .

- (b) (= **Kontakte**) Bestimme die Anzahl aller Konfigurationen, sodass sich jeweils nur identische Augenzahlen berühren.
- (c) (+1 **Kontakte**) Bestimme die Anzahl aller Konfigurationen, sodass in drei Kontakten sich jeweils identische Zahlen berühren und in genau einem Kontakt die Differenz der sich berührenden Augenzahlen 1 beträgt.

Aufgabe 2 Murmeln im Tetraeder (3+3+6 Punkte)

Wir betrachten einen regelmäßigen Tetraeder (alle vier Seitenflächen sind gleichmäßige Dreiecke) mit Kantenlänge $s > 0$ sowie Murmeln von Radius 1, die vollständig im Tetraeder enthalten seien. Bestimme jeweils mit Begründung:

- (a) Die Höhe des Tetraeders (Höhe der Pyramide).
- (b) Die minimale Kantenlänge des Tetraeders, der vollständig eine Murmel enthält.
- (c) Die minimale Kantenlänge des Tetraeders, der vollständig drei Murmeln enthält.