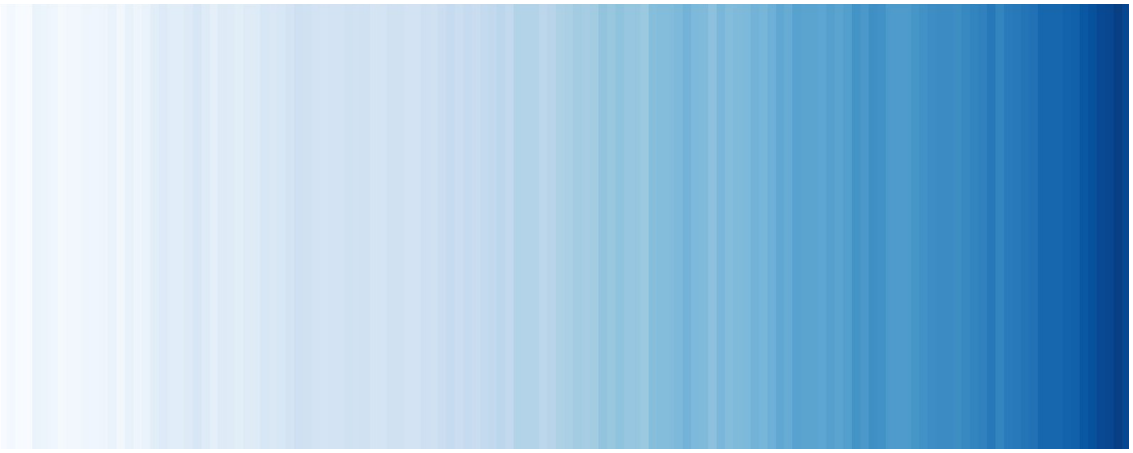
Tag der Mathematik Mannheim 2023

Quizwettbewerb

Peter Parczewski

TESTFOLIE 2022 - SCHRIFTGRÖSSE LESBAR?!

Was hat den größten Einfluß auf die Zunahme des Meeresspiegels (seit 2000 um mindestens 7 cm):



A Abbrechen und Schmelzen von Nordpoleis
B Abbrechen und Schmelzen von Südpoleis
C Gletscherschmelzen global (Gebirge + Grönland)
D Wärmeausdehnung des Meerwassers ✓

Erlaubte Werkzeuge:

(Eigenes) Gehirn, Papier, Stifte

Verbotene Werkzeuge:

Alle elektronischen Geräte!
(wie z.B. Handy, Tablet, Smartwatch, Fön, Mikrowelle, Toaster, ...)

Jeder Täuschungsversuch führt zur Disqualifikation!

Quizwettbewerb

Erste Runde:

- Zum Ankreuzen und Raten

Zweite Runde:

- Mathematikaufgaben und Schätzfragen

$\rightsquigarrow$ **Diskussion aller Quizfragen in Uni Mathe-AG!**

Erste Runde

Zum Ankreuzen

1 - Aha

Seien drei ähnliche Buchstaben mit den Höhen im Verhältnis 3 : 4 : 5.

Welche Fläche ist am größten:

A Vier kleine A

B Zwei mittlere A

C Ein großes A

D Das kleine und das große A

1 - Aha - ANTWORT

Seien drei ähnliche Buchstaben mit den Höhen im Verhältnis 3 : 4 : 5.

Welche Fläche ist am größten: **Pythagoras! Flächen** 9 : 16 : 25

A Vier kleine A **Fläche** $4 \cdot 9 = 36$ ✓

B Zwei mittlere A **Fläche** $2 \cdot 16 = 32$

C Ein großes A **Fläche** 25

D Das kleine und das große A **Fläche** $9 + 25 = 34$

2 - Mathematik und Literatur

Wer veröffentlichte vor etwa 100 Jahren einen Zyklus aus 55 Gedichten?
55 ist eine Fibonacci-Zahl!

A Rainer Maria Rilke
B Ingeborg Bachmann
C Paul Celan
D Hermann Hesse
E Nelly Sachs
F Erich Kästner

2 - Mathematik und Literatur - ANTWORT

Wer veröffentlichte vor etwa 100 Jahren einen Zyklus aus 55 Gedichten?
55 ist eine Fibonacci-Zahl!

A Rainer Maria Rilke: **Die Sonette an Orpheus, 1923** ✓

B Ingeborg Bachmann

C Paul Celan

D Hermann Hesse

E Nelly Sachs

F Erich Kästner

3 - Gleichungen

Welche Gleichung hat die meisten verschiedenen Lösungen $0 \leq x < \infty$?

A $x^4 - 1 = 0$

B $\sin(x) + x = 0$

C $3x + x^8 = -1$

D $(x-4)(x+\sqrt{7})(x-\pi) = 0$

3 - Gleichungen - ANTWORT

Welche Gleichung hat die meisten verschiedenen Lösungen $0 \leq x < \infty$?

A $x^4 - 1 = 0$ 1 **Lösung**

B $\sin(x) + x = 0$ 1 **Lösung**

C $3x + x^8 = -1$ 0 **Lösungen**

D $(x-4)(x+\sqrt{7})(x-\pi) = 0$ 2 **Lösungen** ✓

Zweite Runde

Zum Ausrechnen und Schätzen

4 - Siebeneck

Wieviele verschiedene Dreiecke kann man aus den sieben verschiedenen Ecken eines regelmäßigen Siebenecks bilden?

4 - Siebeneck - ANTWORT

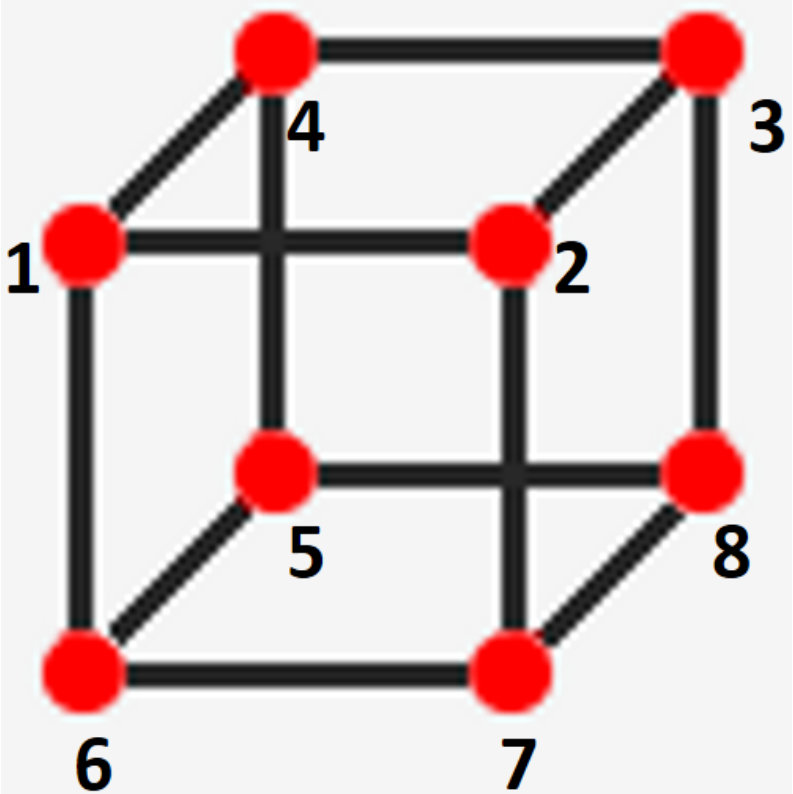
Wieviele verschiedene Dreiecke kann man aus den sieben verschiedenen Ecken eines regelmäßigen Siebenecks bilden?

Dreielementige Teilmengen aus der Menge der sieben Ecken:

$$\binom{7}{3} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 35$$

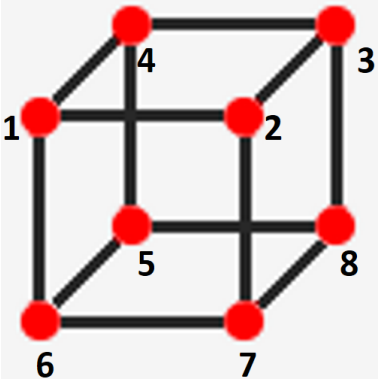
5 - Würfelpfade

Die acht Ecken eines Würfels seien nummeriert von 1 bis 8, beispielsweise wie unten. Wieviele verschiedene Pfade entlang der Kanten gibt es von einer Ecke (z.B. 1) zur gegenüberliegegenden Ecke (dann 8), wenn jede Ecke höchstens ein Mal durchlaufen werden kann?



5 - Würfelpfade - ANTWORT

Die acht Ecken eines Würfels seien nummeriert von 1 bis 8, beispielsweise wie unten. Wieviele verschiedene Pfade entlang der Kanten gibt es von einer Ecke (z.B. 1) zur gegenüberliegegenden Ecke (dann 8), wenn jede Ecke höchstens ein Mal durchlaufen werden kann?

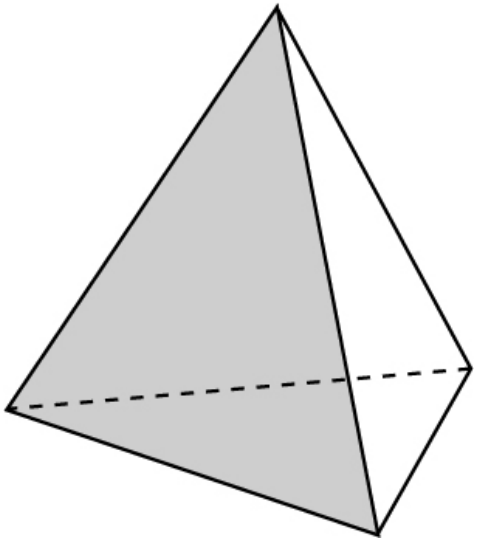


18

Pfad zur 8 **führt immer durch eine Ecke aus der Menge** $\{3, 5, 7\}$**.**
Alle Pfade von 1 **nach** 7**:** $127, 167, 14327, 14567, 1654327, 1234567$**.**
Analog je sechs Pfade von 1 **nach** 3 **und von** 1 **nach** 5**.**

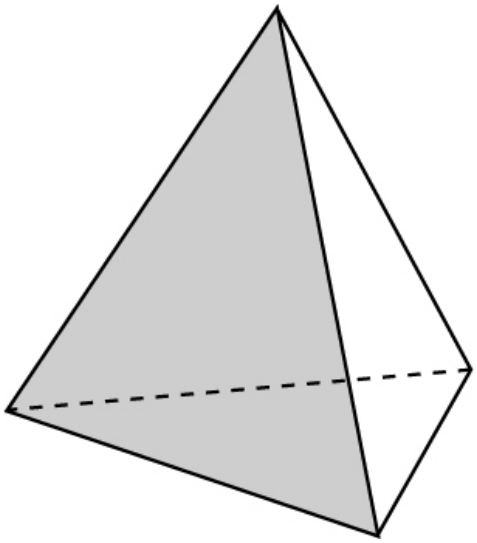
6 - Zufall

Bestimme die Wahrscheinlichkeit p beim 3-fachen Werfen eines fairen Tetraeder-Würfels mit den Seiten $1, 1, 1, 2$ eine Summe ≥ 5 zu erhalten.



6 - Zufall - ANTWORT

Bestimme die Wahrscheinlichkeit p beim 3-fachen Werfen eines fairen Tetraeder-Würfels mit den Seiten $1, 1, 1, 2$ eine Summe ≥ 5 zu erhalten.



Modelliert als unfaire Münze mit $\mathbb{P}(X = 1) = 3/4$, $\mathbb{P}(X = 2) = 1/4$, also Binomialverteilung mit $X_i \sim X$:

$$\begin{aligned}\mathbb{P}(X_1 + X_2 + X_3 \geq 5) &= (1/4)^3 + 3(1/4)^2(3/4) \\ &= 1/64 + 9/64 = 10/64 = 5/32\end{aligned}$$

7 - Kugelpackung

Wievele Kugeln mit Radius 2 passen höchstens in einen Würfel mit Kantenlänge 6?

7 - Kugelpackung - ANTWORT

Wievele Kugeln mit Radius 2 passen höchstens in einen Würfel mit Kantenlänge 6?

1

Abstand der Mitttelpunkte von Kugeln in entgegengesetzten Ecken:

$$\|(2,2,2)-(4,4,4)\|_2 = \sqrt{3\cdot 2^2} = 2\sqrt{3} \approx 3.4 < 2\cdot 2$$

8 - Quadratzahlen

Es gibt genau 21 Quadratzahlen in der Menge $\{100, 101, \ldots, 999, 1000\}$.
Wieviele Quadratzahlen liegen in der Menge

$$\{1000, 1001, \ldots, 9999, 10000\}$$

8 - Quadratzahlen - ANTWORT

Es gibt genau 21 Quadratzahlen in der Menge $\{100, 101, \ldots, 999, 1000\}$. Wieviele Quadratzahlen liegen in der Menge

$$\{1000, 1001, \ldots, 9999, 10000\}$$

$\sqrt{10000} = 100, \sqrt{1000} \approx 31.6$, **somit** $100 - 31 =$ **69**

Natürlich berechnen wir dabei $\sqrt{1000}$ auch ohne Taschenrechner, z.B. mittels babylonischen Wurzelziehen ($\rightsquigarrow$ Uni Mathe-AG) und erster grober Schätzung:

$$x_0 = 30 \approx \sqrt{1000}, \;\; x_1 = (x_0 + 1000/x_0)/2 \approx (30 + 33.3)/2 \approx 31.6$$