

# Mathe-AG Uni Mannheim

Schuljahr 2022/2023

Peter Parczewski



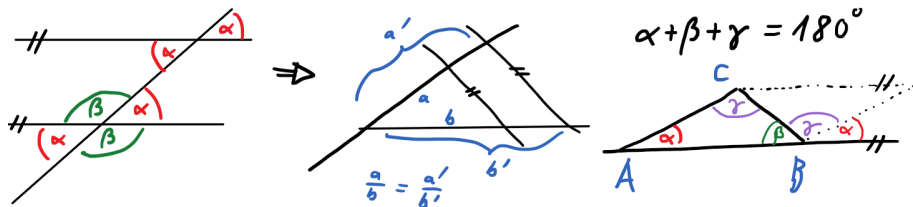
Weitere Begriffe und elementare Resultate:

Zwei Figuren in der Ebene sind **ähnlich**, falls die eine Figur durch Verschiebungen, Streckungen und Drehungen aus der anderen hervorgeht.

Fakten über Ähnlichkeit und Dreiecke:

- ➊ **Parallelenpostulat**: Zu jeder Gerade  $g$  und jedem Punkt  $P$  nicht auf der Gerade  $g$  gibt es genau eine Parallele zu  $g$  durch  $P$ .
- ➋ Zwei Geraden in der Ebene mit genau einem Schnittpunkt haben gleiche gegenüberliegende Winkel. (Folgt aus Summe Winkel auf einer Seite einer Gerade beträgt  $180^\circ$ .)
- ➌ **Stufenwinkelsatz**: Schneiden zwei Parallelen eine dritte Gerade in jeweils genau einem Schnittpunkt, dann sind die Winkel (spitzer und stumpfer Winkel) gleich. ((2)  $\Rightarrow$  (3))
- ➍ Die Summe der drei Innenwinkel in einem Dreieck beträgt  $180^\circ$ . ((2) – (3)  $\Rightarrow$  (4))

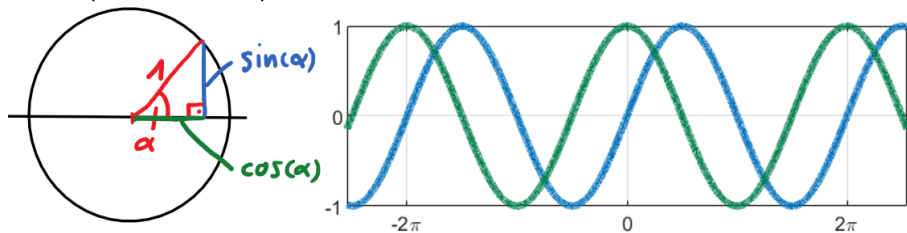
# Spaß mit Geometrie



## Ähnlichkeit und Strahlensatz

- 5 Zwei ähnliche Dreiecke haben gleiche Winkel und gleiche Verhältnisse der jeweiligen Seitenlängen (z.B. kürzeste Seite zu längste Seite). ((2) – (4)  $\Rightarrow$  (5))
- 6 **Ähnlichkeitssätze**  $\triangle$ : Zwei Dreiecke sind bereits ähnlich, wenn sie zwei Winkel gemeinsam haben (oder zwei Verhältnisse der jeweiligen Seitenlängen). ((2) – (5)  $\Rightarrow$  (6))
- 7 **Strahlensatz**: Schneiden zwei Geraden mit genau einem Schnittpunkt Parallelen, so sind die Verhältnisse der Strecken auf den Strahlen gleich. ((2) – (6)  $\Rightarrow$  (7))

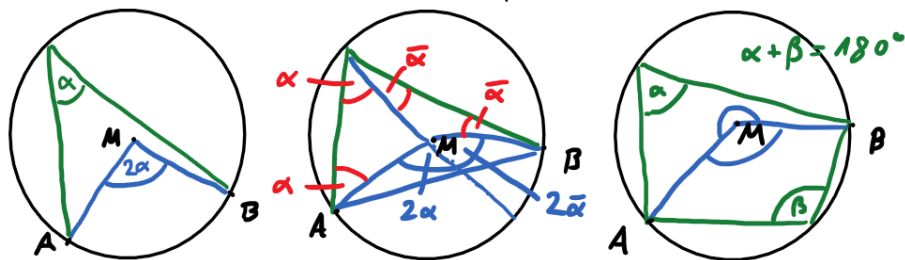
(Geometrische) Definition Sinus und Kosinus im Einheitskreis:



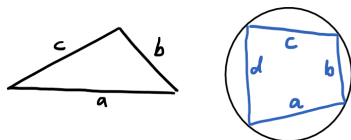
- 8 **Pythagoras:** Für ein rechtwinkliges Dreieck mit Hypotenuse  $c$  und den Katheten  $a$  und  $b$  gilt  $a^2 + b^2 = c^2$  (Viele Beweise vorhanden, auf [www.cut-the-knot.org](http://www.cut-the-knot.org) findet man 122 (!) verschiedene Beweise)
- 9 **Kosinussatz:** Für ein beliebiges Dreieck mit den Seiten  $a, b, c$  gilt

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos(\gamma)$$

## Zentrumswinkel und Peripheriewinkelsatz



- 10 **Zentrumswinkel:** Für eine Sehne in eine Kreis ist der Winkel im Mittelpunkt (Zentrumswinkel  $2\alpha$ ) konstant (erste Figur)
- 11 **Peripheriewinkelsatz:** Für eine Sehne in eine Kreis ist der Winkel in eim dritten Punkt (Peripheriewinkel  $\alpha$ ) der halbe Zentrumswinkel (Beweisidee: zweite Figur)
- 12 **Sehnenviereck:** In einem Sehnenviereck haben gegenüberliegende Winkel die Summe  $180^\circ$  (dirtte Figur) (Folgt aus (11)).



## Satz (Formel von Heron)

Ein beliebiges Dreieck mit den Seitenlängen  $a, b, c$  und  $s = \frac{a+b+c}{2}$  hat die Fläche

$$\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

## Satz (Formel von Brahmagupta)

Ein beliebiges Sehnenviereck mit den Seitenlängen  $a, b, c, d$  und  $s = \frac{a+b+c+d}{2}$  hat die Fläche

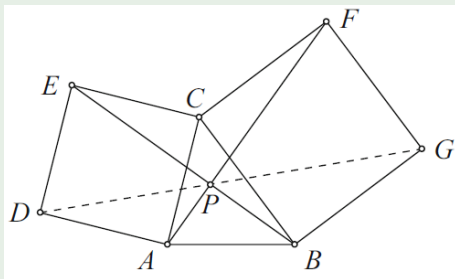
$$\sqrt{(s-a)(s-b)(s-c)(s-d)}$$

## Übung

Beweise die Formel von Heron mittels dem Kosinussatz.

## Übung

Sei ein beliebiges Dreieck  $\triangle ABC$  mit Quadraten über den Seiten wie folgt:



Beweise: Der Punkt  $P$  liegt auf der Strecke  $\overline{DG}$ .

- **02.12:** Spaß mit Geometrie (Fortsetzung Beweise Heron+Brahmgupta) und Abzählen als Beweisverfahren (Binomialsatz)
- **09.12:** Folgen, Rekursionen und Fibonacci-Folge und Spaß mit Geometrie
- **16.12:** Knobelaufgaben und Einführung Konvergenz
- **23.12:** Mathe-AG entfällt! - Weihnachtsferien! Mathe-AG ist zurück am **13.01.23**