

Wettbewerb

Aufgabe 1 (1+1+3 Punkte)

Ein nerviger Waschbär muss von einem Gemüsegarten vertrieben werden. Hierzu ist ein nächtlicher Abwehrton von 49 kHz notwendig. Die alte Sirene trötet aber nur mit 5 kHz. Es gibt jedoch beliebig viele akustische Transformatoren, die jeweils genau eine der folgenden Frequenzveränderungen erbringen:

$$f(x) = 2x, \quad g(x) = 3^x, \quad h(x) = x - 1.$$

Gesucht sind also Reihenfolgen von Operationen mittels f, g und h , die aus der Sirene mit 5 kHz einen Ton mit 49 kHz ergeben.

Beispielsweise ist $5 \xrightarrow{h} 4 \xrightarrow{f} 8 \xrightarrow{f} 16$.



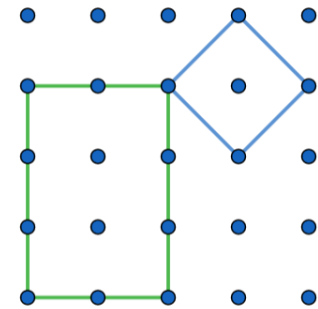
- (a) Gib eine Konstruktion des gesuchten Tones mit höchstens 12 Operationen an.
- (b) Gib eine Konstruktion des gesuchten Tones mit < 10 Operationen an.
- (c) Bestimme die minimale Anzahl von Operationen, um den Ton zu erhalten und beweise, dass es die minimale Lösung ist.

Aufgabe 2 (1+2+3 Punkte)

Gegeben sei ein quadratisches 5×5 Gitter von Punkten.

Es werden Rechtecke eingezeichnet. Jedes Rechteck hat hierbei jeweils vier verschiedene Punkte als Ecken.

- (a) Bestimme und begründe die Anzahl verschiedener gerader Quadrate, d.h. mit Seiten parallel zu den Seiten des Gitters.
- (b) Bestimme und begründe die Anzahl verschiedener schiefer Quadrate, d.h. mit Seiten nicht parallel zu den Seiten des Gitters.



Ein gerades **Rechteck** und ein schiefes **Quadrat**.

- (c) Bestimme und begründe die Anzahl verschiedener Rechtecke in dem Gitter.

- Bei allen Aufgabenteilen gilt:

Gute und interessante Begründungen und Beweise können auch zu Zusatzpunkten führen!