Mathe-AG Uni Mannheim

Notizen

Peter Parczewski

Die Themen dieses Treffens am 14.01.22

- Dreiecke färben: Lösung Python Code von Ruben
- Dreiecke färben: Folge bekannt in Graphentheorie als 4-Färbung von Dreiecksgraphen
- Exkurs Topologie: nirgends dichte und magere Mengen
- Intervalle in den reellen Zahlen - Beispiele nirgends dicht und mager
- Analysis: Einführung reelle Zahlen
- Analysis Vollständigkeitsaxiom: beschränkte Menge besitzt ein Supremum!
- Folien Analysis-Kurs Mathe-AG 2020

Probleme von den letzten Treffen

Abzählen

Bestimmen Sie mittels Abzählen und Binomialsatz für alle $m, n, k \in \mathbb{N}$:

a. $\sum_{k=0}^{n} \sum_{i=0}^{k} \binom{n}{k} \binom{k}{i}$
b. $\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} k^3$
c. $\binom{m+n}{k} = \sum_{i=0}^{k} \binom{m}{i} \binom{n}{k-i}$
d. $2n \in 2\mathbb{N}$ Schachspieler treffen sich zu einem Turnier. Wie viele verschiedene Paarungen für die erste Runde gibt es?

Probleme von den letzten Treffen

Sei die Tabelle (oder Matrix):

1	1	1
-1	1	1
1	1	-1

In jedem Schritt ist es erlaubt entweder die Vorzeichen einer Zeile oder Spalte zu ändern.

Dann ist eine Konstruktion möglich:

A. Die letzte Spalte identischer Werte
B. Nur genau in den Ecken die Werte -1
C. Nur eine Diagonale mit Wert -1
D. Alle Werte identisch

Exkurs: magere Menge

Tippfehler in Vorlesung: Menge A ist nichtmager (math. Begriff)

$\not\Leftrightarrow$ falsch! :(

Komplement von A ist mager (Begriff)

Topologie

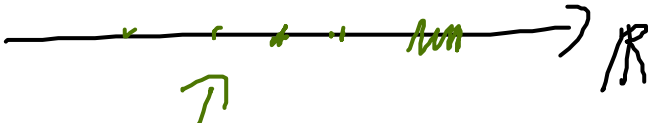
Exkurs Menge A heißt mager, falls $A = \bigcup_{n=1}^{\infty} B_n$ für B_n ist nirgends dicht, d.h. $\overset{\circ}{\overline{B_n}} = \emptyset$

(Innere vom Abschluß)

Analysis

existieren

inf sup



Menge $A \subset \mathbb{R}$

Wenn A beschränkt ist (d.h. es gibt Elemente $m, M \in \mathbb{R}$ mit $m \leq x \leq M$ für alle $x \in A$

Exkurs: magere Menge

$[0,1] = \{x \in \mathbb{R} : 0 \leq x \leq 1\}$

abgeschlossenes Intervall

$(0,1) = \{x \in \mathbb{R} : 0 < x < 1\}$

offenes Intervall (ohne Ränder!)

Limes v

Sei $A \subset \mathbb{R}$

So ist $\overline{A}$ (Abschluss) $:= \{x \in \mathbb{R} : (x_n) \subset A \text{ mit } x_n \to x\}$

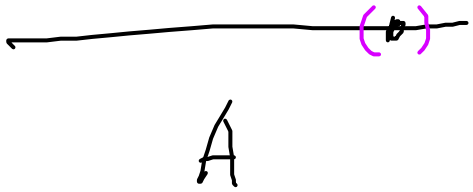
$\overline{(0,1)} = [0,1]$ $\qquad$ $\overline{(0,1]} = [0,1]$

Für $B = \mathbb{Q} \cap (0,1)$ $\qquad$ $\overline{B} = [0,1]$

Exkurs: magere Menge

Für eine Menge $A \subset \mathbb{R}$ ist $\mathring{A}$ (Innere) definiert

als: $\{ x \in \mathbb{R} : \exists \varepsilon > 0 \ \forall y \in \mathbb{R} \ |x-y| < \varepsilon : y \in A \}$



A

$[0,2] = B$ A ist mager in B

$(0,1) \cap \mathbb{Q} = A$ aber $B \setminus A$ nicht mager

$\bar{A} = A$, $\mathring{A} = \emptyset$

Bsp. nirgends dicht: $A = \{0.3\}$

$A = \{1, 2, \pi\}$ $\mathring{\bar{A}} = \emptyset$

Nun ist z.B. $\mathbb{Q} = \bigcup_{q \in \mathbb{Q}} \{q\}$ mager (in $\mathbb{R}$)! ☺

nirgends dicht