

Blatt 2 - Gleichungen und Ungleichungen

Wiederholung: *Ungleichungen:* Seien $a, b \in \mathbb{R}$:

- Für $c > 0$ ist $a > b \geq 0 \Rightarrow ac > ab$
- Für $c < 0$ ist $a > b \geq 0 \Rightarrow ac < bc \leq 0$

Betrag: Der Betrag $|x| = \begin{cases} x, & x \geq 0 \\ -x, & x < 0 \end{cases}$ ist stets eine Fallunterscheidung

Aufgaben:

1 Bestimme die Lösungsmenge (der $x \in \mathbb{R}$):

- | | |
|--|---|
| <p>(a) $x - 3 = 10$</p> <p>(b) $x + 2 \leq 5$</p> <p>(c) $x^3 + x^2 - 2x = 0$</p> <p>(d) $(x - 1)^2(x + 2) = 4(x + 2)$</p> | <p>(e) $\sqrt{x} + \sqrt{x + 1} + \sqrt{x + 2} = 0$</p> <p>(f) $\sqrt{\frac{4-x}{x+2}} = 1$</p> <p>(g) $x + 1 = x - 1 + 1$</p> |
|--|---|

2 Bestimme alle $x \in \mathbb{R}$ mit:

- (a) $2^{6x-2} = 4^{2x+3}$
- (b) $3 + 2e^{-2x} - 5e^{-x} = 0$
- (c) $\ln(x) - \ln(x^2) = 5$
- (d) $(\ln(x))^x = 1$
- (e) $\frac{1}{1-x} \leq 1$

3

- (a) Begründen Sie, dass $\left(\frac{98}{43}\right)^2$ zwischen 4 und 9 liegt.
- (b) Zwischen welchen ganzen Zahlen liegt $\sqrt{75}$?

Lösung: 1 Lösungsmenge: (a): $\{13, -7\}$; (b): $[-7, 3]$; (c): $\{-2, 0, 1\}$; (d): $\{-2, -1, 3\}$; (e): \emptyset ; (f): $\{1\}$; (g): $\{1/2\}$; 2 Lösungsmenge: (a): $\{4\}$; (b): $\{0, \ln(2/3)\}$; (c): $\{e^{-5}\}$; (d): $\{e, e^{-1}\}$; (e): $(6, 8) \cup [2, \frac{43}{98}] \cup [3, \infty)$