
Aufgabe 1

Gegeben sei ein Relationenschema R . Seien K_1 und K_2 zwei verschiedene Schlüssel für R . Beweisen bzw. widerlegen Sie die Aussage: $K_1 \cap K_2$ ist ein Schlüssel.

Lösung

Kompakter Weg:

Seien $K_1, K_2, K_1 \neq K_2$ Kandidatenschlüssel.

Zz: $K_1 \cap K_2$ ist kein Schlüssel

Proof. Beweis durch Widerspruch:

Angenommen $K_x := K_1 \cap K_2$ ist ein Kandidatenschlüssel.

Da $K_1 \neq K_2$ gilt $K_x \subset K_1$ und $K_x \subset K_2$.

WIDERSPRUCH: Gemäss Aufgabenstellung sind K_1 und K_2 Kandidatenschlüssel, d.h. es darf keine Teilmenge geben die auch Superschlüssel ist.

Die Hypothese, dass $K_1 \cap K_2$ Kandidatenschlüssel ist, ist also widerlegt.

□

Ausführlicher Weg:

Behauptung: $K_1 \cap K_2$ ist kein Schlüssel.

Beweis:

Annahme: $K_1 \cap K_2$ ist ein Schlüssel.

es gilt $K_1 \cap K_2 \subset K_1$ und $K_1 \cap K_2 \subset K_2$ (da $K_1 \neq K_2$)

\Rightarrow Widerspruch zur Minimalität von K_1 bzw. K_2

Aufgabe 2

Welche der folgenden Aussagen sind wahr, welche sind falsch?

Aufgabe 2 a)

Ein Schema kann immer verlustlos in 3NF, BCNF und 4NF zerlegt werden.

Lösung

wahr

Aufgabe 2 b)

Ein Schema kann immer abhängigkeitsbewahrend in 3NF, BCNF und 4NF zerlegt werden.

Lösung

falsch

Aufgabe 2 c)

Falls in einem Schema $\alpha \rightarrow \gamma$ gilt, dann gilt auch $\alpha\beta \rightarrow \alpha\beta\gamma$ ($\alpha, \beta, \gamma \subseteq \mathcal{R}$).

Lösung

wahr

Aufgabe 2 d)

Falls in einem Schema $\beta \rightarrow \delta$ und $\alpha\delta \rightarrow \gamma$ gilt, dann gilt auch $\alpha\beta \rightarrow \gamma$ ($\alpha, \beta, \gamma, \delta \subseteq \mathcal{R}$).

Lösung

wahr

Aufgabe 2 e)

Falls β ein Superschlüssel ist, dann existiert immer eine echte Untermenge $\alpha \subset \beta$ für die gilt: $\alpha \overset{\bullet}{\rightarrow} \mathcal{R}$ ($\alpha, \beta \subseteq \mathcal{R}$).

Lösung

falsch

Aufgabe 2 f)

Für ein Relationenschema \mathcal{R} gilt immer entweder $\alpha \rightarrow \beta$ oder $\beta \rightarrow \alpha$ aber nie beides ($\alpha, \beta \subseteq \mathcal{R}$).

Lösung

falsch

Aufgabe 3

Gegeben ist das Relationenschema $\mathcal{R}(A, B, C, D, E, F)$ mit der Menge der funktionalen Abhängigkeiten $F_{\mathcal{R}} = A \rightarrow D, B \rightarrow CE, BC \rightarrow F, C \rightarrow BE, D \rightarrow E, E \rightarrow F$.

Aufgabe 3 a)

Bestimmen Sie alle Kandidatenschlüssel von \mathcal{R} .

Lösung

Kandidatenschlüssel sind

- AB
- AC

Aufgabe 3 b)

Bestimmen Sie die Attributhülle von A auf Basis der funktionalen Abhängigkeiten $F_{\mathcal{R}}$.

Lösung

1. $\{A\}$
2. $A \rightarrow D : \{A, D\}$
3. $D \rightarrow E : \{A, D, E\}$
4. $E \rightarrow F : \{A, D, E, F\}$

Aufgabe 3 c)

Bestimmen Sie die kanonische Überdeckung F_C von \mathcal{R} .

Lösung

1. Linksreduktion

$A \rightarrow D$
 $B \rightarrow CE$
 $C \rightarrow F$ (entferne B)
 $C \rightarrow BE$
 $D \rightarrow E$
 $E \rightarrow F$

2. Rechtsreduktion

$A \rightarrow D$
 $B \rightarrow C$ (entferne E)
 $C \rightarrow \emptyset$ (entferne F)
 $C \rightarrow BE$

$D \rightarrow E$
 $E \rightarrow F$

3. Entferne FDs $\alpha \rightarrow \emptyset$

$A \rightarrow D$
 $B \rightarrow C$
 $C \rightarrow BE$
 $D \rightarrow E$
 $E \rightarrow F$

4. Zusammenfassung gleicher linker Seiten

Nicht nötig.

Aufgabe 4

Gegeben sei ein Relationenschema $\mathcal{R}(A, B, C, D, E, F)$. Lösen Sie jede Teilaufgabe unter Verwendung der jeweiligen funktionalen Abhängigkeiten $\mathcal{F}_{\mathcal{R}}$.

1. Bestimmen Sie die höchste Normalform, in der sich das relationale Schema befindet.
2. Wenn das Schema nicht mindestens in dritter Normalform ist, zerlegen Sie es verlustfrei und abhängigkeitsbewahrend in die dritte Normalform.

Aufgabe 4 a)

$\mathcal{F}_{\mathcal{R}} = \{A \rightarrow B, B \rightarrow C, C \rightarrow D, D \rightarrow E, E \rightarrow F, F \rightarrow A\}$.

Lösung

Kandidatenschlüssel sind

- A
- B
- C
- D
- E
- F

Höchste Normalform ist 4NF. 2NF (Jedes Nicht-Schlüsselattribut voll funktional abhängig von jedem Kandidatenschlüssel): Es gibt keine Nicht-Schlüsselattribute, also ist das Schema in 2NF. 3NF: Jedes Attribut einer rechten Seite ist in einem Kandidatenschlüssel enthalten. Zusätzlich: Jede linke Seite der FDs ist Superschlüssel, also auch BCNF. 4NF: Keine mehrwertigen Abhängigkeiten, also auch 4NF.

Aufgabe 4 b)

$$\mathcal{F}_{\mathcal{R}} = \{A \rightarrow BCD, B \rightarrow E, E \rightarrow AF\}.$$

Lösung

Kandidatenschlüssel sind

- A
- B
- E

Höchste Normalform ist 4NF.

Aufgabe 4 c)

$$\mathcal{F}_{\mathcal{R}} = \{A \rightarrow D, B \rightarrow E, AB \rightarrow CF, D \rightarrow E, E \rightarrow F\}.$$

Lösung

Einzigster Kandidatenschlüssel ist

- AB

Höchste Normalform ist 1NF, nicht in 2NF da z.B. D nicht voll funktional abhängig von AB ist (es reicht bereits A wegen FD $A \rightarrow D$).

Zerlegung mit Synthesealgorithmus

Kanonische Überdeckung:

Linksreduktion: $\{A \rightarrow D, B \rightarrow E, AB \rightarrow CF, D \rightarrow E, E \rightarrow F\}$ (keine Änderung)

Rechtsreduktion: $\{A \rightarrow D, B \rightarrow E, AB \rightarrow C, D \rightarrow E, E \rightarrow F\}$

Entfernen leerer rechter Seiten und Zusammenfassung gleicher linker Seiten: nicht nötig

Kanonische Überdeckung: $\{A \rightarrow D, B \rightarrow E, AB \rightarrow C, D \rightarrow E, E \rightarrow F\}$

Neue Relationen: $\mathcal{R}_1(A, D), \mathcal{R}_2(B, E), \mathcal{R}_3(A, B, C), \mathcal{R}_4(D, E), \mathcal{R}_5(E, F)$

Kandidatenschlüssel AB ist in \mathcal{R}_3 enthalten.

Aufgabe 4 d)

$$\mathcal{F}_{\mathcal{R}} = \{AB \rightarrow CD, C \rightarrow D, D \rightarrow EF, E \rightarrow F, EF \rightarrow D\}.$$

Lösung

Einzigster Kandidatenschlüssel ist

- AB

Höchste Normalform ist 2NF, nicht 3NF da für $C \rightarrow D$ die FD nicht trivial und weder C Superschlüssel noch D in einem Kandidatenschlüssel enthalten ist.

Zerlegung mit Synthesalgorithmus

Kanonische Überdeckung:

Linksreduktion: $\{AB \rightarrow CD, C \rightarrow D, D \rightarrow EF, E \rightarrow F, E \rightarrow D\}$

Rechtsreduktion: $\{AB \rightarrow C, C \rightarrow D, D \rightarrow E, E \rightarrow F, E \rightarrow D\}$

Entfernen leerer rechter Seiten: nicht nötig

Zusammenfassung gleicher linker Seiten: $\{AB \rightarrow C, C \rightarrow D, D \rightarrow E, E \rightarrow DF\}$

Kanonische Überdeckung: $\{AB \rightarrow C, C \rightarrow D, D \rightarrow E, E \rightarrow DF\}$

Neue Relationen: $\mathcal{R}_1(A, B, C), \mathcal{R}_2(C, D), \mathcal{R}_3(D, E, F)$

Kandidatenschlüssel AB ist in \mathcal{R}_1 enthalten.

Aufgabe 5

Bestimmen Sie jeweils für die Relation \mathcal{R} die Kandidatenschlüssel und die höchste Normalform. Finden Sie jeweils eine verlustfreie Zerlegung in 4NF. Überlegen Sie jeweils, welche Auswirkungen die Zerlegung hat.

Aufgabe 5 a)

Gegeben sei ein Relationenschema $\mathcal{R}(A, B, C, D, E, F)$ mit folgenden funktionalen Abhängigkeiten $\mathcal{F}\{AB \rightarrow CF, C \rightarrow DE, A \twoheadrightarrow F\}$. Geben Sie alle Kandidatenschlüssel des Schemas an. In welcher höchsten Normalform befindet sich \mathcal{R} ? Wenn das Schema nicht mindestens in 4NF ist, zerlegen Sie es verlustfrei in 4NF.

Lösung

- Schlüssel: AB
- Normalform: 2NF
- Zerlegung in 4NF: $\mathcal{R}_{1_1}(AF), \mathcal{R}_{1_2}(ABC), \mathcal{R}_2(CDE)$ – dabei geht die FD $AB \rightarrow F$ verloren.

Aufgabe 5 b)

Gegeben sei ein Relationenschema $\mathcal{R}(A, B, C, D, E, F)$ mit folgenden funktionalen Abhängigkeiten $\mathcal{F}\{A \twoheadrightarrow B, CD \twoheadrightarrow EF\}$. Geben Sie alle Kandidatenschlüssel des Schemas an. In

welcher höchsten Normalform befindet sich \mathcal{R} ? Wenn das Schema nicht mindestens in 4NF ist, zerlegen Sie es verlustfrei in 4NF.

Lösung

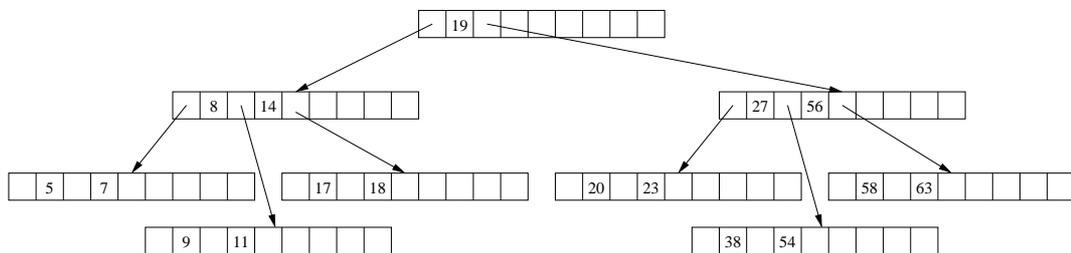
- Schlüssel: \mathcal{R}
- Normalform: BCNF, da es keine FDs gibt
- Zerlegung in 4NF: nicht 4NF, weil beide MVDs gegen die Bedingungen von 4NF verstoßen.
Zerlegung in 4NF: $\mathcal{R}_1(AB)$, $\mathcal{R}_{21}(CDEF)$ und $\mathcal{R}_{22}(ACD)$ und . Die Schlüsselei-
genschaft der Ausgangsrelation geht bei der Zerlegung verloren.

Aufgabe 6

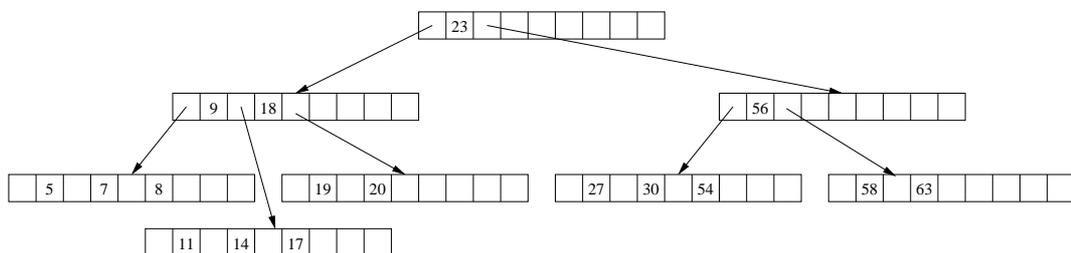
Aufgabe 6 a)

Angenommen die Datenelemente 23, 17, 8, 5, 14, 63, 11, 9, 27, 54, 38, 7, 56, 58, 18, 19, 20 werden in dieser Reihenfolge einzeln in einen B-Baum ($k = 2$) eingefügt. Wie sieht der resultierende B-Baum aus?

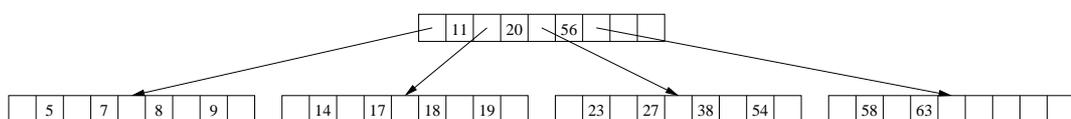
1.



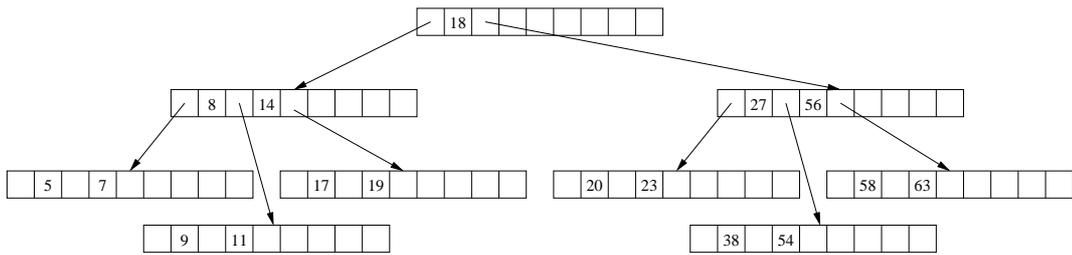
2.



3.



4.



Lösung

1.

Aufgabe 6 b)

Sei n die Anzahl der Seiten einer Relation. Die Zeit für einen Seitenzugriff sei $i \cdot D_{pos} + D_{read}$. Dabei ist D_{pos} die Zeit zum Positionieren des Schreib-Lese-Kopfs der Festplatte auf die zu lesende Seite. Wenn der Schreib-Lese-Kopf auf der Seite direkt vor der angeforderten Seite steht, so wird diese Positionierungszeit nicht beansprucht. In diesem Fall ist die Indikatorvariable $i = 0$, sonst ist $i = 1$. Das Lesen der Seite nach Positionierung des Schreib-Lese-Kopfs beansprucht D_{read} .

Gegeben sei ein Prädikat mit Selektivität s . Berechnen Sie den Anteil der Seiten s , ab dem wahlfreie Seitenzugriffe schneller sind, als ein sequentieller Scan der gesamten Relation.

Dazu sei gegeben:

$$\begin{aligned}
 D_{pos} &= 5,0 \frac{\text{ms}}{\text{Seite}} \\
 D_{read} &= 0,5 \frac{\text{ms}}{\text{Seite}} \\
 n &= 110 \text{ Seiten}
 \end{aligned}$$

Lösung

$$\begin{aligned}
 D_{pos} + n \cdot D_{read} &> s \cdot n \cdot (D_{pos} + D_{read}) \\
 s &< \frac{D_{pos} + n \cdot D_{read}}{n \cdot (D_{pos} + D_{read})} \\
 s &< 0,099
 \end{aligned}$$

D.h. für Selektivitäten kleiner als 10% lohnt in diesem Beispiel ein direkter wahlfreier Seitenzugriff.

Indexbenutzung: Es müssen aber ggf. noch zusätzliche Kosten für weitere Seitenzugriffe zum dereferenzieren von TIDs und vorheriges Sortieren der TIDs berücksichtigt

werden, z.B. bei einem *unclustered* Indexscan darf die Selektivität höchstens 5% betragen.

Aufgabe 7

Implementieren Sie mit einer Programmiersprache Ihrer Wahl die folgenden Algorithmen.

Aufgabe 7 a)

Berechnen Sie alle Kandidatenschlüssel einer Menge von Attributen bei einer Menge gegebener funktionaler Abhängigkeiten.

Lösung

Siehe Webseite.

Aufgabe 7 b)

Testen Sie ihr Relationenschema auf Erfüllung der Normalformen.

Lösung

Siehe Webseite.

Aufgabe 7 c)

Implementieren Sie den Synthesealgorithmus.

Lösung

Siehe Webseite.

Aufgabe 7 d)

Implementieren Sie den Dekompositionsalgorithmus für BCNF.

Lösung

Siehe Webseite.