

Prof. Dr. Claus Hertling
Universität Mannheim
Lehrstuhl für Algebraische Geometrie
hertling@math.uni-mannheim.de

Mannheim, den 06.05.2026

Seminar Spieltheorie im Herbstwintersemester 2026/27

Das Thema des Seminars ist die

Evolutionäre Spieltheorie.

Das Seminar findet statt

donnerstags um 15:30-17:00 in B6 A302, 1. Termin 17.09.2026.

Die Grundlage des Seminars ist das Buch [HS98].

[HS98] Josef Hofbauer, Karl Sigmund: Evolutionary games and population dynamics. Cambridge University Press, 1998.

Das Buch ist elektronisch in der Bibliothek Mannheim verfügbar (allerdings aufgeteilt in 34 pdf files). In der Bibliothek in A5 kann man auch ein gedrucktes Exemplar einsehen. Eine Kopie des Buches kann zum selber Kopieren vom Lehrstuhl auf Nachfrage für kurze Zeit ausgeliehen werden.

Es wird keine Vorbesprechung geben. Interessenten melden sich bitte bei Prof. Hertling per email. Interessenten sollten mehrere mögliche Vorträge nennen. Prof. Hertling wird erstmal Meldungen sammeln und erst nach genügend vielen Meldungen die Vorträge verteilen (je nach Interesse Anfang Juni oder später). Bei großem Interesse kann es dazu kommen, dass sich bis zu zwei Interessenten einen Vortrag teilen müssen. Dann sollen sie ihn selber inhaltlich aufteilen und jeder 45 min sprechen.

Die evolutionäre Spieltheorie wurde 1973 durch eine gemeinsame Arbeit von George R. Price und John Maynard Smith begründet. Der Arbeit ging ein Manuskript von Price, das Smith begutachten sollte, voraus. Beide waren Biologen. Vorher gab es schon Ansätze von Ronald Fisher 1930, der Darwins Ideen weitergeführt hatte.

Die evolutionäre Spieltheorie gibt einen Lösungsansatz für ein großes Problem der nicht-kooperativen Spieltheorie: Wenn man bei einem Spiel in Normalform mehrere Nash-Gleichgewichte hat, wie kommt man dazu, eines auszuzeichnen und für plausibler als andere zu halten? In der evolutionären Spieltheorie wird mit Differentialgleichungen und Vektorfeldern eine Dynamik ins Spiel gebracht, die in vielen Fällen zu bestimmten Nash-Gleichgewichten als Limites von Integralkurven durch beliebige Strategienkombinationen führt.

Evolutionär stabile Strategien sind Strategien, die entlang einer solchen Integralkurve nicht verschwinden. In der Biologie geht es häufig um Anteile von Teilpopulationen mit gewissen Merkmalen (=Strategien) an der Gesamtpopulation. Da bedeutet evolutionär stabil das, was es sagt, nämlich dass ein Merkmal während der Evolution stabil ist, d.h. nicht verschwindet.

Das Buch [HS98] legt großes Gewicht auf die Differentialgleichungen und dynamischen Systeme. Aber es nicht nötig, dazu eine Vorlesung gehört zu haben. [HS98] führt selber mit vielen Beispielen und Bildern und hinreichend viel Präzision alles ein, was im Buch gebraucht wird.

[HS98] hat 4 Teile zu 5, 6, 6 und 5 Kapiteln, also insgesamt 22 Kapitel. Im Teil 1 geht es hauptsächlich um die Lotka-Volterra Differentialgleichungen, ihre Theorie, Geometrie und Anwendungen. Teil 2 gibt die Verbindung mit der Spieltheorie. Da werden evolutionär stabile Strategien eingeführt. Die Äquivalenz von Lotka-Volterra und von Replikator Differentialgleichungen wird gezeigt. Die Dynamik bei den evolutionär stabilen Strategien wird untersucht. Im Teil 3 geht es um Permanenz und Hyperzyklen. Er baut Teil 2 aus. Teil 4 behandelt Anwendungen in der Populationsgenetik.

Im Seminar sollen 11 der 22 Kapitel behandelt werden, die Kapitel 2-5 (Teil 1), 6+7+9+10 (Teil 2) und 18+19+22 (Teil 4).

Die Kapitel 2-5, 6+7+9+10, 18+19+22 sind eine gute Grundlage für ein Seminar. Die Vorschläge für die Seminarvorträge sind alle so, dass man wahrscheinlich nicht jedes Detail vorführen kann. Das ist durchaus Absicht. Ein Vortrag soll eine Mischung aus Details und Übersicht enthalten. Die Auswahl und die Präsentation sollen mit Bedacht ausgeführt werden. Ein Seminarvortrag, wo einfach 4 vorgegebene Seiten runtergebetet werden können, ist zu billig. Andererseits ist das Buch so geschrieben, dass es nicht so schwer sein sollte, schöne Seminarvorträge daraus zu ziehen.

Übrigens sind die Übungsaufgaben relativ wichtig und nicht schwer. Ziemlich viel nützliche Punkte sind in [HS98] in die Übungsaufgaben verlagert. Es lohnt sich, die Übungsaufgaben ernst zu nehmen und zu lösen.

[HS98] ist gut aufgebaut. Da es oft vorher dargelegte Beispiele, Resultate und Begriffe wieder benutzt, sollten die Nummerierungen von [HS98] beibehalten werden.

Ein Seminar hat natürlich als Lehrveranstaltung verschiedene Aspekte. Einer ist das grundsätzliche Lernen, nämlich mit einer wissenschaftlichen Quelle umgehen, einen Vortrag konzipieren, sich auf die Hörerschaft einstellen (beim Konzipieren und während des Vortrags), vortragen üben.

Ein anderer ist, dass man wirklich substantielles lernen soll, durch Vorbereitung, Mitarbeit und Nachbereitung bei *allen* Vorträgen, nicht nur dem eigenen.

Um diesem Anspruch, dass alle aus allen Vorträgen etwas lernen sollen, gerecht zu werden, werde ich nur wenige Fehltag der einzelnen Teilnehmer dulden (ich möchte in jedem Fall eine Begründung hören, bei mehr als 2 Fehlterminen müssen die Begründungen sehr gut sein, z.B. Attest im Krankheitsfall).

- 1. Vortrag, 17.09.2026:**
Lotka-Volterra Gleichungen für Räuber-Beute-Systeme.
Inhalt: Kapitel 2.
- 2. Vortrag, 24.09.2026:**
Lotka-Volterra Gleichungen für zwei konkurrierende Spezies.
Inhalt: Kapitel 3.
- 3. Vortrag, 01.10.2026:**
Ökologische Gleichungen für zwei Spezies.
Inhalt: Kapitel 4.
- 4. Vortrag, 08.10.2026:**
Lotka-Volterra Gleichungen für mehr als zwei Spezies.
Inhalt: Kapitel 5.
- 5. Vortrag, 15.10.2026:**
Evolutionär stabile Strategien.
Inhalt: Kapitel 6.
- 6. Vortrag, 22.10.2026:**
Replikatorgleichungen und ihre Dynamik.
Inhalt: Von Kapitel 7 die Abschnitte 7.1 bis 7.4.
- 7. Vortrag, 29.10.2026:**
Replikatorgleichungen und Lotka-Volterra Gleichungen.
Inhalt: Von Kapitel 7 die Abschnitte 7.5 bis 7.8 und von Kapitel 19 der Abschnitt 19.5.
- 8. Vortrag, 05.11.2026:**
Adaptive Dynamik.
Inhalt: Kapitel 9.
- 9. Vortrag, 12.11.2026:**
Asymmetrische Spiele.
Inhalt: Kapitel 10.
- 10. Vortrag, 19.11.2026:**
Diskrete dynamische Systeme in der Populationsgenetik.
Inhalt: Kapitel 18.
- 11. Vortrag, 26.11.2026:**
Kontinuierliche dynamische Systeme in der Populationsgenetik.
Inhalt: Von Kapitel 19 die Abschnitte 19.1 bis 19.4 und 19.6.
- 12. Vortrag, 03.12.2026:**
Populationsgenetik und evolutionär stabile Strategien.
Inhalt: Kapitel 22.