

Übungsaufgaben zur Spieltheorie 2

1. (2+1 Punkte) (Potenz-Verteilung, Erweiterung von Beispiel 4.10 (i))
 - (a) Bestimmen Sie das nach Theorem 4.9 der Vorlesung eindeutige symmetrische Gleichgewicht β^I bei der Erstpreisauktion für $m = 2$ Personen mit $[0, \omega] = [0, 1]$ und mit der Potenz-Verteilung $F(x) = x^a$ für ein $a \in \mathbb{R}_{>0}$.
 - (b) Geben Sie eine Deutung für die Abhängigkeit von β^I vom Parameter a .
2. (3+1 Punkte) (Pareto-Verteilung)
 - (a) Bestimmen Sie das nach Theorem 4.9 der Vorlesung eindeutige symmetrische Gleichgewicht β^I bei der Erstpreisauktion für $m = 2$ Personen mit $[0, \omega) = [0, \infty)$ und mit der Pareto-Verteilung $F(x) = 1 - (1 + x)^{-a}$ für ein $a \in \mathbb{R}_{>0}$.
 - (b) Vergleichen Sie dieses Gleichgewicht mit dem Gleichgewicht bei der Exponential-Verteilung in Beispiel 4.10 (ii) (für irgendein $\lambda \in \mathbb{R}_{>0}$).
3. (2+1+2 Punkte) (Zur Bemerkung 4.13 (i))
 - (a) Welche Modifikation im Beweis von Theorem 4.9 führt zur Formel
$$\beta^I(x, r) = r \frac{G(r)}{G(x)} + \frac{1}{G(x)} \int_r^x yg(y)dy?$$
 - (b) Warum ist in (i) die rechte Seite gleich $E[\max(Y_1, r) | Y_1 < x]$?
 - (c) Warum erfüllen die zu erwartenden zu zahlenden Preise $m^I(x, r)$ und $m^{II}(x, r)$ auch im Fall eines Mindestpreises $m^I(x) = m^{II}(x) = G(x) \cdot \beta^I(x)$?
4. (3 Punkte) (Zur Bemerkung 4.13 (ii)) Warum ist im Beispiel 4.12 (ii) $r = \frac{1}{2}$ optimal und dann der erwartete Ertrag für den Verkäufer gleich $\frac{5}{12} (> \frac{1}{3})$?

5. (3+2+1Punkte) 2 Schwestern erben zusammen eine Goldkette und 20000 Euro. Für Schwester 1 ist die Goldkette 10000 Euro wert, für Schwester 2 ist sie 6000 Euro wert. Sie müssen die Goldkette und das Geld untereinander aufteilen.

(a) Was ist eine gute und gerechte Verteilung?

(b) In (b) und (c) wird angenommen, dass beide Schwestern gegenüber Ungerechtigkeit unempfindlich sind, dass sie strikt auf ihren Vorteil bedacht sind und dass ihnen egal ist, was die andere Schwester bekommt.

Wenn Schwester 1 das Erbe in 2 Teile teilen darf und Schwester 2 ein Teil auswählen darf, wie wird Schwester 1 das Erbe in 2 Teile teilen?

(c) Wenn Schwester 2 das Erbe in 2 Teile teilen darf und Schwester 1 ein Teil auswählen darf, wie wird Schwester 2 das Erbe in 2 Teile teilen?

6. (2+2+1 Punkte) In der Situation von Aufgabe 1 werden nun allgemeinere Werte angesetzt,

g_1 := Wert der Goldkette für Schwester 1,

g_2 := Wert der Goldkette für Schwester 2,

$2b$:= geerbtes Bargeld,

mit $b \geq g_1 > g_2$.

(a) Was ist eine gute und gerechte Verteilung?

(b) Der Vorgang in Aufgabe 1 (b)

Schwester 1 erstellt 2 Teile, Schwester 2 wählt eins aus,

kann als extensives Spiel mit 2 Schritten gedeutet werden, so dass aber Schwester 1 im 1. Schritt ein Kontinuum an Möglichkeiten hat.

Geben Sie die Strategienräume S^1 und S^2 für die 1. bzw. 2. Schwester im 1. bzw. 2. Schritt an. Geben Sie ein teilspielperfektes Gleichgewicht an.

(c) Analog zu (b) mit Vertauschung der Rollen der Schwestern 1 und 2.