

Prof. Dr. Claus Hertling  
Universität Mannheim  
Lehrstuhl für Mathematik VI  
hertling@math.uni-mannheim.de

Mannheim, den 21.11.2017

## Seminar Spieltheorie

### Frühjahrssemester 2018

Das Thema des Seminars ist die

### Evolutionäre Spieltheorie.

Die Vorträge werden verteilt in der

Vorbesprechung am 27.11.2017 ab 13:45 in A5 C015.

Das Seminar findet statt

donnerstags um 15:30-17:00 in A5 C012.

Die Grundlage des Seminars ist das Buch [HS98].

[HS98] Josef Hofbauer, Karl Sigmund: Evolutionary games and population dynamics. Cambridge University Press, 1998.

Die evolutionäre Spieltheorie wurde 1973 durch eine gemeinsame Arbeit von George R. Price und John Maynard Smith begründet. Der Arbeit ging ein Manuskript von Price, das Smith begutachten sollte, voraus. Beide waren Biologen. Vorher gab es schon Ansätze von Ronald Fisher 1930, der Darwins Ideen weitergeführt hatte.

Die evolutionäre Spieltheorie gibt einen Lösungsansatz für ein großes Problem der nicht-kooperativen Spieltheorie: Wenn man bei einem Spiel in Normalform mehrere Nash-Gleichgewichte hat, wie kommt man dazu, eines auszuzeichnen und für plausibler als andere zu halten? In der evolutionären Spieltheorie wird mit Differentialgleichungen und Vektorfeldern eine Dynamik ins Spiel gebracht, die in vielen Fällen zu bestimmten Nash-Gleichgewichten als Limites von Integralkurven durch beliebige Strategienkombinationen führt.

Evolutionär stabile Strategien sind Strategien, die entlang einer solchen Integralkurve nicht verschwinden. In der Biologie geht es häufig um Anteile von Teilpopulationen mit gewissen Merkmalen (=Strategien) an der Gesamtpopulation. Da bedeutet evolutionär

stabil, was es sagt, nämlich dass ein Merkmal während der Evolution stabil ist, d.h. nicht verschwindet.

Das Buch [HS98] legt großes Gewicht auf die Differentialgleichungen und dynamischen Systeme. Aber es nicht nötig, dazu eine Vorlesung gehört zu haben. [HS98] führt selber mit vielen Beispielen und Bildern und hinreichend viel Präzision alles ein, was im Buch gebraucht wird.

[HS98] hat 4 Teile zu 5, 6, 6 und 5 Kapiteln, also insgesamt 22 Kapitel. Im Teil 1 geht es hauptsächlich um die Lotka-Volterra Differentialgleichungen, ihre Theorie, Geometrie und Anwendungen. Teil 2 gibt die Verbindung mit der Spieltheorie. Da werden evolutionär stabile Strategien eingeführt. Die Äquivalenz von Lotka-Volterra und von Replikator Differentialgleichungen wird gezeigt. Die Dynamik bei den evolutionär stabilen Strategien wird untersucht. Im Teil 3 geht es um Permanenz und Hyperzyklen. Er baut Teil 2 aus. Teil 4 behandelt Anwendungen in der Populationsgenetik.

Im Seminar sollen 11 der 22 Kapitel behandelt werden, die Kapitel 2-5 (Teil 1), 6+7+9+10 (Teil 2) und 18+19+22 (Teil 4). Falls das Seminar einen Zweig B haben wird (bei mehr als 24 Interessenten, siehe unten), werden im eigenständigen Teil des Zweig B Kapitel aus Teil 3 behandelt.

Ich habe die Kapitel 2-5, 6+7+9+10, 18+19+22 schon gelesen. Sie sind eine gute Grundlage für ein Seminar. Die Vorschläge für die Seminarvorträge sind alle so, dass man wahrscheinlich nicht jedes Detail vorführen kann. Das ist durchaus Absicht. Ein Vortrag soll eine Mischung aus Details und Übersicht enthalten. Die Auswahl und die Präsentation sollen mit Bedacht ausgeführt werden. Ein Seminarvortrag, wo einfach 4 vorgegebene Seiten runtergebetet werden können, ist mir zu billig. Andererseits ist das Buch so geschrieben, dass es nicht so schwer sein sollte, schöne Seminarvorträge daraus zu ziehen.

Übrigens sind die Übungsaufgaben relativ wichtig und nicht schwer. Ziemlich viel nützliche Punkte sind in [HS98] in die Übungsaufgaben verlagert. Es lohnt sich, die Übungsaufgaben ernst zu nehmen und zu lösen.

[HS98] ist gut aufgebaut. Da es oft vorher dargelegte Beispiele, Resultate und Begriffe wieder benutzt, sollten die Nummerierungen von [HS98] beibehalten werden.

Eine Kopie des Buches liegt im Sekretariat zum kurz Ausleihen und selber Kopieren bereit (Frau Spether, A5 C206).

Im Mai 2018 sind an 2 Donnerstagen Feiertage. Daher gibt es a priori nur 12 Termine:

Februar	März	April	Mai	2018
15	01	[05]	3	
22	08	12	[10]	
	15	19	17	
	22	26	24	
	[29]		[31]	

Bei 12 zu 24 Teilnehmern soll es 12 Termine geben. Einige Vorträge werden dann an je 2 Teilnehmer vergeben, die sie zusammen vorbereiten sollen und jeder eine Hälfte vortragen sollen (ich werde da einer Regel folgen, die ein Kollege vorgeschlagen hat: wer der beiden welche Hälfte des Vortrags hält, wird am Anfang der Sitzung per Münzwurf entschieden). Bei  $24 + k$  Interessenten mit  $k \in \{1, \dots, 10\}$  wird das Seminar in zwei Teile A und B aufgeteilt werden, die jeder 12 Vorträge umfassen. Die Vorträge 1 bis  $12 - \lceil \frac{k}{2} \rceil$  werden gemeinsam stattfinden, donnerstags 15:30-17:00. In Teil A werden die restlichen  $\lceil \frac{k}{2} \rceil$  Vorträge auch donnerstags 15:30-17:00 stattfinden. In Teil B werden die restlichen  $\lceil \frac{k}{2} \rceil$  Vorträge zu einem anderen Termin stattfinden (welcher, wird in der Vorbesprechung geklärt werden). Die restlichen  $\lceil \frac{k}{2} \rceil$  Vorträge der Teile A und B werden verschiedenen Inhalt haben. Alle Vorträge werden in der Vorbesprechung am 27.11.2017 in A5 C015 verteilt. Ich hoffe aber, dass es nicht mehr als 24 Interessenten geben wird.

Ein Seminar hat natürlich als Lehrveranstaltung verschiedene Aspekte. Einer ist das grundsätzliche Lernen, nämlich mit einer wissenschaftlichen Quelle umgehen, einen Vortrag konzipieren, sich auf die Hörschaft einstellen (beim Konzipieren und während des Vortrags), vortragen üben.

Ein anderer ist, dass man wirklich substantielles lernen soll, durch Vorbereitung, Mitarbeit und Nachbereitung bei *allen* Vorträgen, nicht nur dem eigenen.

Um diesem Anspruch, dass alle aus allen Vorträgen etwas lernen sollen, Vorschub zu leisten, werde ich nur wenige Fehltage der einzelnen Teilnehmer dulden (ich möchte in jedem Fall eine Begründung hören, bei mehr als 2 Fehlterminen müssen die Begründungen sehr gut sein, z.B. Attest im Krankheitsfall).

- 1. Vortrag, 15.02.2018:**  
**Lotka-Volterra Gleichungen für Räuber-Beute-Systeme.**  
Inhalt: Kapitel 2.
- 2. Vortrag, 22.02.2018:**  
**Lotka-Volterra Gleichungen für zwei konkurrierende Spezies.**  
Inhalt: Kapitel 3.
- 3. Vortrag, 01.03.2018:**  
**Ökologische Gleichungen für zwei Spezies.**  
Inhalt: Kapitel 4.
- 4. Vortrag, 08.03.2018:**  
**Lotka-Volterra Gleichungen für mehr als zwei Spezies.**  
Inhalt: Kapitel 5.
- 5. Vortrag, 15.03.2018:**  
**Evolutionär stabile Strategien.**  
Inhalt: Kapitel 6.
- 6. Vortrag, 22.03.2018:**  
**Replikatorgleichungen und ihre Dynamik.**  
Inhalt: Von Kapitel 7 die Abschnitte 7.1 bis 7.4.
- 7. Vortrag, 12.04.2018:**  
**Replikatorgleichungen und Lotka-Volterra Gleichungen.**  
Inhalt: Von Kapitel 7 die Abschnitte 7.5 bis 7.8 und von Kapitel 19 der Abschnitt 19.5.
- 8. Vortrag, 19.04.2018:**  
**Adaptive Dynamik.**  
Inhalt: Kapitel 9.
- 9. Vortrag, 26.04.2018:**  
**Asymmetrische Spiele.**  
Inhalt: Kapitel 10.
- 10. Vortrag, 03.05.2018:**  
**Diskrete dynamische Systeme in der Populationsgenetik.**  
Inhalt: Kapitel 18.
- 11. Vortrag, 17.05.2018:**  
**Kontinuierliche dynamische Systeme in der Populationsgenetik.**  
Inhalt: Von Kapitel 19 die Abschnitte 19.1 bis 19.4 und 19.6.
- 12. Vortrag, 24.05.2018:**  
**Populationsgenetik und evolutionär stabile Strategien.**  
Inhalt: Kapitel 22.

**Möglichkeiten für bis zu 5 Vorträge in einem Teil B, falls der nötig ist:**

Kapitel 12: Katalytische Hyperzyklen.

Kapitel 13, Abschnitte 13.1 bis 13.4: Permanente Systeme.

Kapitel 13, Abschnitte 13.5 und 13.6: Kriterien für Permanenz.

Kapitel 14: Replikator-Netzwerke.

Kapitel 16 Abschnitte 16.1 bis 16.3: Einige 3-dimensionale Systeme.