Lehrstuhl für Mathematik IV
Prof. boshi. Li Chen
Matthew Liew, Tian Chu Gan, Thilo Kraft

Universität Mannheim
Fakultät für Wirtschaftsinformatik
und Wirtschaftsmathematik

FSS 2020

Dynamische Systeme - Übung 7

Achtung:
Die Studenten, die für 4-/5-ECTS teilnehmen möchten, können nur Aufgabe 1 abgeben. Die 1. Aufgabe ist für Sie 20 Punkte groß. Bitte vermerken Sie „4/5 ECTS“ neben ihrem Namen, wenn Sie in diese Teilnehmergruppe gehören, damit wir dies erkennen können.

1. *(9 Punkte)*
   Bestimmen Sie die Lösungen der folgenden:
   (a) $y'''' + 4y''' + 8y'' + 8y' + 4y = 0$.
   (b) $y'' - 3y' + 2y = 0$, $y(0) = 2$, $y'(0) = -3$.
   (c) $y''' + 4y' = 4 \cot 2x$.

2. *(5 Punkte)*
   Sei $\omega : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ lokal Lipschitz, $J = [a, b]$, und $\phi \in C^1(J)$ die Lösung von
   $$\phi' = \omega(\phi), \quad \phi(a) = \phi_0.$$
   Es sei $\varphi \in C^1(J)$, und gelte
   $$\varphi'(t) \leq \omega(\varphi(t)), \quad t \in J, \quad \varphi(a) \leq \phi_0.$$
   Zeigen Sie $\varphi(t) \leq \phi(t)$ für alle $t \in J$.
   Tipp: Die Behauptung zunächst im Falle strikter Ungleichungen beweisen; danach geeignet stören und mit dem Satz über stetige Abhängigkeit den allgemeinen Fall zeigen.

3. *(6 Punkte)*
   Sei $f : \mathbb{R}_+ \times \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ stetig, lokal Lipschitz in x und gelte $(f(t,x)|x) \leq 0$ für alle $t \in \mathbb{R}_+, |x| = R$. Sei $|x_0| \leq R$. Dann existiert die Lösung $x(t)$ von
   $$x' = f(t,x), \quad x(0) = x_0,$$
   global und es gilt $|x(t)| \leq R$ für alle $t \geq 0$.
   Tipp: Betrachten Sie zunächst $f_n(t,x) = f(t,x) - x/n$ und verwenden Sie stetige Abhängigkeit.

Hinweise: Bitte senden Sie Ihre gescannte Lösungen spätestens am **Mittwoch, den 1.4.2020, 10:00 Uhr** an **dsfss2020@gmail.com**. Bitte achten Sie auf eine saubere bzw. gut lesbare Handschrift und ergänzt eine Punktetabelle in eurer Lösung.