

Dynamische Systeme - Übung 2

1. (6 Punkte) Für die folgenden Differentialgleichungen bestimmen Sie alle Lösungen.

(a) $y' = \frac{y+1}{x+2} + e^{\frac{y+1}{x+2}}$;

(b) $y' = \frac{x+2y+1}{2x+y+2}$;

(c) $y = xy' - \sqrt{x^2 + y^2}$.

2. (4 Punkte) Bestimmen Sie die Lösungen der folgenden Anfangswertprobleme.

(a) $x' + 3t^2x = 6t^5, x(0) = 5$,

(b) $ty' + 2y = 4t^2, y(1) = 2$.

3. (4 Punkte) Lösen Sie folgende Bernoulli-Differentialgleichungen.

(a) $t^2y' + 2ty - y^3 = 0, t > 0$;

(b) $y' = \alpha y - \beta y^2, \alpha, \beta > 0$.

4. (3 Punkte) Die Riccati-Gleichung $x' + a(t)x + b(t)x^2 = \phi(t)$ mit $a; b; \phi$ stetig kann unter Kenntnis einer speziellen Lösung $x_*(t)$ mit dem Ansatz $x(t) = y(t) + x_*(t)$ auf eine Bernoulli-Gleichung für $y(t)$ zurückgeführt werden. Lösen Sie auf diese Weise das Anfangswertproblem

$$x' - (1 - 2t)x + x^2 = 2t, \quad x(0) = 2.$$

Hinweis: $x(t) \equiv 1$ ist eine Lösung.

Bitte wenden.

5. (3 Punkte) Lösen Sie die folgende Differentialgleichung,

$$dx - x \cot(y) dy = 0.$$

Hinweis: Finden Sie den integrierenden Faktor.

Die Lösungen sind bis spätestens **Mittwoch, den 26. Feb 2020, 10 Uhr** in den entsprechenden Briefkasten einzuwerfen.