Lehrstuhl für Mathematik IV
Prof. boshi. Li Chen
Matthew Liew, Tian Chu Gan, Thilo Kraft

Universität Mannheim
Fakultät für Wirtschaftsinformatik
und Wirtschaftsmathematik

FSS 2020

Dynamische Systeme - Übung 12

Hinweise: Bitte senden Sie Ihre gescannte Lösungen spätestens am **Mittwoch, den 20.5.2020, 10:00 Uhr** an **dsfss2020@gmail.com**. Bitte achten Sie auf eine saubere bzw. gut lesbare Handschrift und ergänzt eine Punktetabelle in eurer Lösung.

1. *(10 Punkte)* Widerholen Sie den Beweis vom Satz von Peano genau für das Anfangswertproblem

$$\begin{cases} x' &= \sqrt{|x|}, \\ x(t_0) &= 0. \end{cases} \tag{1}$$

   Im Beweis bitten konstituieren Sie explizit die Lipschitz-stetige Approximationsfolge f_n, die gegen $\sqrt{|x|}$ gleichmäßig auf $[-\delta_0, \delta_0]$ konvergiert für beliebige $\delta_0 > 0$.

2. *(10 Punkte)* Beweisen Sie den Forsetzungssatz für nichtfortsetzbare Lösung, .d.h,

   Sei $G \subset \mathbb{R}^{n+1}$ offen, $f : G \to \mathbb{R}^n$ stetig und $(t_0, x_0) \in G$. Sei x_m eine auf (t_-, t_+) definierte nichtforsetzbare Lösung von

$$\begin{cases} x' &= f(t,x), \\ x(t_0) &= x_0, \end{cases} \tag{2}$$

   dann der rechte Endpunkt t_+ ist durch die folgende Alternativen charakterisiert ist,

   - $t_+ = \infty$, $x_m(t)$ ist eine globale Lösung nach rechts.
   - $t_+ < \infty$ und $\liminf_{t \to t_+} \operatorname{dist}((t, x_m(t)), \partial G) = 0$.
   - $t_+ < \infty$, $\liminf_{t \to t_+} \operatorname{dist}((t, x_m(t)), \partial G) > 0$, und $\lim_{t \to t_+} |x_m(t)| = \infty$.

   Entsprechendes gilt für den linken Endpunkt t_-.