

Dynamische Systeme - Übung 1

1. (2 Punkte) Es sei eine Differentialgleichung 3. Ordnung durch

$$x''' = 3x' + \sin(x),$$

definiert. Schreiben Sie diese Gleichung als System 1. Ordnung.

2. (2 Punkte) Prüfen Sie, ob die folgende Differentialgleichungen linear sind.

(a) $x'x = 1$,

(b) $x' - x'' = 2x$,

(c) $\sin(x) + \cos(x) = x'$,

(d) $x'' + \sin(x^2) = 1$.

3. (6 Punkte) Bestimmen Sie die Lösungen $x(t)$ der folgenden Anfangswertprobleme:

(a) $x' = \frac{t^2}{t^3-1}$, $x(0) = 1$,

(b) $x' = \frac{x \ln x}{\sin t}$, $x\left(\frac{\pi}{2}\right) = e^e$,

(c) $x' = \frac{e^{-x^2}}{x(2t+t^2)}$, $x(2) = 0$.

4. (5 Punkte) Skizzieren Sie das Richtungsfeld der Differentialgleichung

$$x' = \ln(t^2 + x^2),$$

und zeichnen Sie einige Lösung ein. Wie sehen die Isoklinen aus?

5. (5 Punkte) Bestimmen Sie alle Lösungen der Differentialgleichung

$$y' = 3|y|^{2/3}, \quad y \in \mathbb{R}.$$

Fertigen Sie eine Skizze an und bestimmen Sie die Menge aller Punkte, für welche das Anfangswertproblem nicht lokal eindeutig ist.

Hinweis: Die Lösungen sind bis spätestens **Mittwoch, den 19. Feb 2020, 10 Uhr** in den entsprechenden Briefkasten einzuwerfen.