FAKULTÄT FÜR WIRTSCHAFTSINFORMATIK
UND WIRTSCHAFTSMATHEMATIK

UNIVERSITÄT MANNHEIM

Prof. Dr. Martin Schmidt
Eva Lübcke

Analysis II
Woche 1

Gemeinsames Erarbeiten von Lösungswegen

1. Folgenräume.
Sei l_1 die Menge der „absolut summierbaren" Folgen $x = (x_k)_{k\in\mathbb{N}}$ reeller oder komplexer Zahlen, d.h. die Menge aller Folgen mit der Eigenschaft

$$\sum_{i=1}^{\infty} |x_i| = \lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^{n} |x_i| < \infty$$

Man zeige:

(a) Die Menge l_1 ist mit der natürlichen Addition

$$x + y := (x_i + y_i)_{i\in\mathbb{N}}$$

und skalaren Multiplikation

$$\alpha x := (\alpha x_i)_{i\in\mathbb{N}}$$

von Folgen ein Vektorraum über $\mathbb{K}$. Was ist dessen Dimension?

(b) Auf l_1 ist durch

$$\|x\|_1 := \sum_{i=1}^{\infty} |x_i|$$

eine Norm definiert.

(c) Der normierte Raum $(l_1, \|\cdot\|_1)$ ist vollständig, also ein Banach-Raum.

2. Rand und Inneres einer Menge. Sei (X, d) ein metrischer Raum und M eine Teilmenge von X. Das Innere der Menge ist definiert als

$$M^\circ := X \setminus \overline{(X \setminus M)}.$$

Ferner ist der *Rand* von M definiert als

$$\partial M := \overline{M} \setminus M^\circ = \overline{M} \cap \overline{(X \setminus M)}.$$

Beweise oder widerlege die folgenden Aussagen:

(a) Eine Teilmenge $O \subset X$ ist genau dann offen, wenn sie keinen ihrer Randpunkte enthält.

(b) Der Rand ∂M einer Teilmenge $M \subset X$ ist abgeschlossen.

(c) Für Teilmengen $M \subset X$ gilt $(\overline{M})^\circ = \overline{(M^\circ)}$.