

2(b) " $\Leftarrow$ ": Sei  $M$  eine endl. Teilmenge von  $X$  <sup>Aufg. 1</sup>  $\Rightarrow M$  kompakt.

$\Rightarrow$ : Sei  $M$  eine kompakte Teilmenge von  $X$ , d.h. jede offene Überdeckung von  $M$  besitzt eine endl. Teilüberdeckung. Angenommen  $M$  ist nicht endlich. Aus Aufgabe 1.4 folgt, dass in der diskreten Metrik  $\{x\}$  offen sind für  $x \in X$ .  
 $\Rightarrow \bigcup_{x \in M} \{x\}$  ist eine offene Überdeckung von  $M$ , die keine endliche Teilüberdeckung besitzt.  $\nLeftarrow$  Zu  $M$  kompakt  $\Rightarrow M$  endlich.  $\square$

2(c) Bezüglich der diskreten Metrik sind alle Teilmengen von  $X$  beschränkt, da  $d(x,y) \leq 1 \quad \forall x,y \in X$ . In Aufgabe 1.4 wurde zudem gezeigt, dass auch alle Teilmengen von  $X$  abgeschlossen sind. Also ist auch  $X$  selber beschränkt & abgeschlossen. Aber in (b) wurde gezeigt, dass unendliche Teilmengen von  $X$  nicht kompakt sind.