

Übung 9

Niveaumengen & Optimierung unter Nebenbedingungen

26. April 2017

Aufgabe 1

- (a) Sei $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ stetig und es gelte

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \inf \{ |f(x)| \mid \|x\| = r \} = \infty.$$

Zeige, dass jede Niveaumenge von f kompakt ist.

- (b) Skizziere für $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, $(x, y) \mapsto x^2 - y^2$ die Höhenlinien $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid f(x, y) = c\}$ für $c = -1, 0, 1$. Entscheide zudem, ob diese Höhenlinien glatt sind.

Aufgabe 2

Verwende den Lagrange-Formalismus, um die Extremwerte der Funktion $f(x, y) = xy$ unter der Nebenbedingung $x^2 + y^2 = 1$ zu bestimmen.