

Übung 3

Stetigkeit und lineare Abbildungen

1. März 2017

Aufgabe 1 Sei (X, d) ein metrischer Raum und $x_0 \in X$. Dann ist $C(X, \mathbb{R})$ mit $\|\cdot\|_\infty$ ein normierter \mathbb{R} -Vektorraum. Zeige, dass die Abbildung

$$A : C(X, \mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}, \quad A(f) = f(x_0)$$

linear und stetig ist.

Aufgabe 2 Wir bezeichnen mit \mathbb{R}_{dis} den metrischen Raum $(\mathbb{R}, d_{\text{dis}})$, wobei d_{dis} die diskrete Metrik ist. Mit \mathbb{R} bezeichnen wir den metrischen Raum (\mathbb{R}, d) , wobei d die Betragsmetrik $d(x, y) = |x - y|$ ist. Bestimme die Elemente f in

(a) $C(\mathbb{R}_{\text{dis}}, \mathbb{R})$,

(b) $C(\mathbb{R}, \mathbb{R}_{\text{dis}})$.