Seminar Dynamische Systeme

HSS 12

Martin U. Schmidt
Vorbesprechung am Donnerstag, den 6.9. um 17:15
im Raum C012

A. Dynamische Systeme, Flüsse und Vektorfelder

In diesem einleitenden Vortrag wird der Begriff eines dynamischen Systems eingeführt. Dabei sollen insgesamt vier Fälle betrachtet werden: Halbgruppenhomomorphismen von den natürlichen Zahlen oder von den positiven Zahlen in die Halbgruppe der stetigen Abbildungen eines metrischen Raumes auf sich selber, oder Gruppenhomomorphismen von der Gruppe der ganzen oder der reellen Zahlen in die Gruppe der Homöomorphismen eines metrischen Raumes. Danach soll der Zusammenhang mit gewöhnlichen Differentialgleichungen und Vektorfeldern diskutiert werden. Zuletzt werden einige Grundbegriffe wie Bahn oder Trajektorie, Fixpunkt, Stabilität diskutiert werden.
Literatur: Jost: Dynamical Systems, Hasselblatt/Katok: Modern Theory of Dynamical Systems.

B. Die Phasendiagramme von ebenen linearen Flüssen

In diesem Vortrag werden sogenannte ebene lineare Flüsse klassifiziert. Das sind die Flüsse von linearen Vektorfeldern auf dem $\mathbb{R}^2$. Als Vorlage kann dafür Kapitel 13 Seite 184-190 von Herbert Amann: Gewöhnliche Differentialgleichungen dienen. Insbesondere soll die Unterscheidung in Sattel, Senken und Quellen bzw. in Wirbel und Knoten eingeführt werden. Die entsprechenden Phasendiagramme sollen erklärt werden.
Literatur: Herbert Amann: Gewöhnliche Differentialgleichungen.

C. Hyperbolische lineare Flüsse

In diesem Vortrag wird der Begriff der Hyperbolizität eingeführt. Dabei sollen zunächst nur hyberbolische lineare Flüsse betrachtet werden. Als Vorlage kann Kapitel 13 Seite 190-197 von Herbert Amann: Gewöhnliche Differentialgleichungen dienen. Insbesondere soll Lemma (13.1), Theorem (13.3) und Theorem (13.4) dargestellt und bewiesen werden.
Literatur: Herbert Amann: Gewöhnliche Differentialgleichungen.

D. Flussäquivalenzen

In diesem Vortrag werden die verschiedenen Möglichkeiten, dynamische Systeme miteinander zu identifizieren eingeführt. Insbesondere werden die Begriffe von linearen, differenzierbaren und stetigen Flussäquivalenzen eingeführt und ihr Unterschied erläuter. Als Vorlage kann Kapitel 13 Seite 197-205 von Herbert Amann: Gewöhnliche Differentialgleichungen dienen. Der Schwerpunkt soll dabei auf Satz (13.6), Satz (13.7) und Theorem (13.10) liegen. Diese drei Aussagen sollen möglichst vollständig bewiesen werden.

Literatur: Herbert Amann: Gewöhnliche Differentialgleichungen.

E. Ljapunovstabilität

In diesem Vortrag wird in die Ljapunovsche Stabilitätstheorie eingeführt. Als Vorlage kann Kapitel 15 von Herbert Amann: Gewöhnliche Differentialgleichungen dienen. Dabei soll vor allem das Prinzip der linearisierten Stabilität Theorem (15.6) erklärt und möglichst vollständig bewiesen werden.
Literatur: Herbert Amann: Gewöhnliche Differentialgleichungen.

F. Der Hartmansche Linearisierungssatz

Das Ziel dieses Vortrags ist ein möglichst vollständiger Beweis des globalen Hartmanschen Linearisierungssaztes. Als Vorlage kann dafür Kapitel 19 Seite 276-286 von Herbert Amann: Gewöhnliche Differentialgleichungen dienen. Dann sollte unter Benutzung der Ergebnisse des Vortrages C Satz (19.6) möglichst vollständig bewiesen werden.
Literatur: Herbert Amann: Gewöhnliche Differentialgleichungen.

G. Der Satz von Grobman und Hartman

In diesem Vortrag wird aufbauend auf dem vorangehenden Vortrag der Linearisierunsgssatz von Grobman und Hartman dargestellt und beweisen. Als Vorlage kann dafür Kapitel 19 Seite 286-288 von Herbert Amann: Gewöhnliche Differentialgleichungen dienen. Dann sollte unter Benutzung der Ergebnisse des Vortrages F Theorem (19.9) möglichst vollständig bewiesen werden. Die Vortragenden der Vorträge F und G sollten sich absprechen, und gegebenefalls Teile der Beweise austauschen.
Literatur: Herbert Amann: Gewöhnliche Differentialgleichungen.

H. Invariante Mengen

In diesem Vortrag wird Abschnitt 16 aus dem Buch “Gewöhnliche Differentialgleichungen von Amann dargestellt. Dabei soll vor allem Theorem 16.5 und Theorem 16.9 bewiesen werden.
Literatur: Herbert Amann: Gewöhnliche Differentialgleichungen.

I. Limesmengen und Attraktoren

In diesem Vortrag wird Abschnitt 17 aus dem Buch “Gewöhnliche Differentialgleichungen von Amann dargestellt. Dabei soll vor allem Theorem 17.2 bewiesen werden.

Literatur: Herbert Amann: Gewöhnliche Differentialgleichungen.

J. Liapunovfuntkionen I

In diesem Vortrag wird der erste Teil von Abschnitt 18 aus dem Buch “Gewöhnliche Differentialgleichungen von Amann dargestellt. Dabei soll vor allem Theorem 18.2, Theorem 18.3, Korollar 18.4 und Korollar 18.5 bewiesen werden. Der Vortragende sollte sich mit dem Vortragenden des nächsten Vortrages absprechen.
Literatur: Herbert Amann: Gewöhnliche Differentialgleichungen.

K. Liapunovfuntkionen II

In diesem Vortrag wird der zweite Teil von Abschnitt 18 aus dem Buch “Gewöhnliche Differentialgleichungen von Amann dargestellt. Dabei soll vor allem Theorem 18.7, Korollar 18.8 und Theorem 18.10 bewiesen werden. Der Vortragende sollte sich mit dem Vortragenden des vorangehenden Vortrages absprechen.
Literatur: Herbert Amann: Gewöhnliche Differentialgleichungen.

L. Stabile Mannigfaltigkeit

In diesem Vortrag wird der zweite Teil von Abschnitt 19 aus dem Buch “Gewöhnliche Differentialgleichungen von Amann dargestellt. Dabei soll vor allem Satz 19.10 und Theorem 19.11 bewiesen werden.
Literatur: Herbert Amann: Gewöhnliche Differentialgleichungen.

M. Invariante Mannigfaltigkeit I

In diesem Vortrag wird der Abschnitt 1.1 aus A.Vanderbauwhede:”Centre Manifolds, Normal Forms and Elementary Bifurcation” dargestellt. Der Vortragende soll sich mit den Vortragenden des folgenden Vortrages absprechen und eventuell einen Teil des folgenden Abschnittes übernehmen.
Literatur: Dynamics Reported Volume 2 Abschnitt 4:
A.Vanderbauwhede: Centre Manifolds, Normal Forms and Elementary Bifurcation.

N. Invariante Mannigfaltigkeit II

In diesem Vortrag wird der Abschnitt 1.2 aus A.Vanderbauwhede:”Centre Manifolds, Normal Forms and Elementary Bifurcation” dargestellt. Der Vortragende soll sich mit den Vortragenden des vorangehenden Vortrages absprechen und eventuell einen Teil seines Abschnittes abgeben.

Literatur: Dynamics Reported Volume 2 Abschnitt 4:
A.Vanderbauwhede: Centre Manifolds, Normal Forms and Elementary Bifurcation.

O. Invariante Mannigfaltigkeit III

In diesem Vortrag wird der Abschnitt 1.3 aus A.Vanderbauwhede:"Centre Manifolds, Normal Forms and Elementary Bifurcation" dargestellt. Der Vortragende soll sich mit den Vortragenden des folgenden Vortrages absprechen.
Literatur: Dynamics Reported Volume 2 Abschnitt 4:
A.Vanderbauwhede: Centre Manifolds, Normal Forms and Elementary Bifurcation.

P. Invariante Mannigfaltigkeit IV

In diesem Vortrag wird der Abschnitt 1.4 aus A.Vanderbauwhede:"Centre Manifolds, Normal Forms and Elementary Bifurcation" dargestellt. Der Vortragende soll sich mit den Vortragenden des vorangehenden Vortrages absprechen.
Literatur: Dynamics Reported Volume 2 Abschnitt 4:
A.Vanderbauwhede: Centre Manifolds, Normal Forms and Elementary Bifurcation.

Q. Einführung in die Variationsrechnung

In diesem Vortrag wird in die Theorie der Variationsrechnung eingeführt. Es werden also Funktionale, also Funktionen auf einem Raum von Funktionen und deren Differenzierbarkeit erklärt. Insbesondere werden Wirkungsfunktionale auf dem Raum von reellen Funktionen von einer Variablen auf einem Intervall betrachtet und deren Differenzierbarkeit mit Hilfe der Theorie von differenzierbaren Funktionen auf Banachräumen erklärt. Es wird auch erklärt wie man die Ableitung solcher Funktionen wieder durch Funktionen beschreiben kann.
Literatur: Dieudonne: "Grundzüge der modernen Analysis" Band 1,
Arnold: "Mathematische Methoden der klassischen Mechanik",
Kapitel 1.3 aus E. Klingbeil:"Variationsrechnung".

R. Die Euler Lagrange Gleichungen

In diesem Vortrag werden die Euler Lagrange Gleichungen hergeleitet. Aufbauend auf dem vorangehenden Vortrag werden kritische Punkte von solchen Funktionalen charakterisiert und gezeigt, dass die entsprechenden Funktionen eine Differentialgleichung erfüllen. Diese Differentialgleichungen werden Euler Lagrange Gleichungen genannt.
Literatur: Arnold:"Mathematische Methoden der klassischen Mechanik",
Kapitel 1.1 aus E. Klingbeil:"Variationsrechnung",

Kapitel 2 aus Bruce van Brunt:"The Calculus of Variations".

S. Die Transversalitätsbedingung

In diesem Vortrag werden Funktionale mit variablem Endpunkt betrachtet. Wenn der Endpunkt variabel ist ergeben sich für kritische Punkte zusätzliche Bedingungen, die Transversalitätsbedingun genannt werden.
Literatur: Kapitel 1.5 aus E. Klingbeil:"Variationsrechnung",
Kapitel 7 aus Bruce van Brunt:"The Calculus of Variations".

T. Der Poincaresche Wiederkehrsatz

Dieser Vortrag behandelt eine Aussage über maßerhaltende zeitdiskrete dynamische Systeme. Ein solches System ist unter sehr allgemeinen Bedingungen ergodisch, d.h. fast jeder Punkt kommt fast jedem anderen Punkt nach lang genuger Zeit beliebig nahe. Als Vorlage kann Kapitel 23 Seite 354-357 von Herbert Amann: Gewöhnliche Differentialgleichungen dienen. Dann sollte Theorem (23.11) oder auch eine etwas allgemeinere Fassung davon möglichst vollständig bewiesen werden.
Literatur: Herbert Amann: Gewöhnliche Differentialgleichungen.