Universität Mannheim
Dynamische Systeme
FSS 2011
Martin Schmidt
Jörg Zentgraf

Übungsblatt 13

40. Gestörte lineare Systeme

Betrachte das gestörte lineare Systems

$$\begin{aligned} \dot{x} &= -y + xr^2 \sin(\tfrac{\pi}{r}) \\ \dot{y} &= x + yr^2 \sin(\tfrac{\pi}{r}) \\ r^2 &= x^2 + y^2 \end{aligned}$$

(a) Zeige, dass das System äquivalent zu dem System

$$\begin{aligned} \dot{r} &= r^3 \sin \frac{\pi}{r} \\ \dot{\varphi} &= 1 \end{aligned}$$

in Polarkoordinaten (r, φ) ist. Setze dazu $x = r\cos\varphi$, $y = r\sin\varphi$. *(4 Punkte)*

(b) Berechne alle Fixpunkte der Differentialgleichung für r und untersuche diese bezüglich Stabilität. *(4 Punkte)*

(c) Interpretiere die Ergebnisse geometrisch. *(2 Punkte)*

41. Routh-Hurwitz-Kriterium

(a) Finde mit Hilfe des Routh-Hurwitz-Kriteriums alle Werte für k so dass das Polynom $p(s) = s^3 + 9s^2 + ks + k$ nur Nullstellen mit Realteil kleiner als -2 besitzt. *(4 Punkte)*

(b) Benutze das Kriterium von Routh-Hurwitz um alle Werte von k zu finden, so dass das Polynom $P(s) = ks^3 + (3k+1)s^2 + 6ks + (5k-1)$ nur Nullstellen mit Realteil kleiner als -1 besitzt. *(4 Punkte)*

42. Stabile und instabile Unterräume

Berechne für die folgenden Matrizen die stabilen, instabilen und neutralen Unterräume.

$$\begin{pmatrix} -2 & -1 & 0 \\ 1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

(4 Punkte)

Bitte wenden.

43. Nichtlineare dynamische Systeme

(a) Bestimme den Fluss zu dem nichtlinearen System

$$\begin{aligned}\dot{x} &= -x\\ \dot{y} &= y + x^2\end{aligned}$$

indem du diese Differentialgleichungssystem löst. *(3 Punkte)*

(b) Definiere nun die Abbildung

$$\begin{aligned}h : \mathbb{R}^2 &\to \mathbb{R}^2\\ (x, y) &\mapsto (x, y + \frac{x^2}{3})\end{aligned}$$

und zeige, dass diese Abbildung h eine topologische Äquivalenz zwischen dem nichtlinearen System aus (a) und dem System $\dot{z} = Az$ liefert. Hier ist die Matrix A definiert durch $A = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

(5 Punkte)

Abgabe bis Montag, den 30. Mai 2011 in der Vorlesung