Kurven und Flächen

Übungsblatt 1

Sebastian Klein,
Matthias Leimeister

HWS 2009/10
8.9.2009

Aufgabe 1: Sei $(\mathbb{E}, \mathbb{E}_L, \varphi)$ ein affiner Raum. Zwei affine Unterräume

$$p + U_1, \quad q + U_2,$$

wobei $p, q \in \mathbb{E}$ Punkte und $U_1, U_2 \subset \mathbb{E}_L$ Untervektorräume sind, heißen **schwach parallel**, falls $U_1 \subset U_2$ oder $U_2 \subset U_1$ gilt.

Zeige, dass schwache Parallelität *keine* Äquivalenzrelation ist. Schlage eine Definition von Parallelität vor, die eine Äquivalenzrelation liefert. (6 Punkte)

Aufgabe 2: Sei $(\mathbb{E}, \mathbb{E}_L, \varphi)$ ein affiner Raum und $A \subset \mathbb{E}$, $A \neq \emptyset$, eine Menge. Zeige, dass A genau dann ein affiner Unterraum von $\mathbb{E}$ ist, falls für alle $p, q \in A$ gilt

$$\forall t \in \mathbb{R} : \quad p + t\,(q - p) \ \in A.$$

Dabei bezeichnet $q - p$ den eindeutigen Vektor $v \in \mathbb{E}_L$ mit $q = \varphi(v, p)$. (9 Punkte)

Aufgabe 3: Seien $\mathbb{E}$ und $\mathbb{F}$ affine Räume, $f : \mathbb{E} \to \mathbb{F}$ eine affine Abbildung.

a) Ist M ein affiner Unterraum von $\mathbb{E}$, so ist $f(M)$ ein affiner Unterraum von $\mathbb{F}$. (6 Punkte)

b) Ist N ein affiner Unterraum von $\mathbb{F}$ und gilt $f^{-1}(N) \neq \emptyset$, so ist $f^{-1}(N)$ ein affiner Unterraum von $\mathbb{E}$. (6 Punkte)

c) Ist $\mathbb{F} = \mathbb{E}$ und gilt $Fix(f) := \{p \in \mathbb{E} \mid f(p) = p\} \neq \emptyset$, so ist $Fix(f)$ ein affiner Unterraum von $\mathbb{E}$. (6 Punkte)

Abgabe: 14.9.2009 in der Vorlesung

http://analysis.math.uni-mannheim.de → Lehre → Kurven und Flächen